

Pravděpodobnost a statistika - verze 01

Praktická část - 90 minut, (0 – 50) bodů, požadované minimum: 25 bodů

1. Na vstupu informačního kanálu mohou být znaky 0 a 1. Na výstupu jsou přečteny s nezávislou pravděpodobností chyby 0,1. Určete podmíněné pravděpodobnosti vstupu při známém výstupu, je-li apriorní pravděpodobnost jedničky (tj. pravděpodobnost, že na vstupu bude znak 1) 0,4, tj. určete pravděpodobnosti, že:
 - a) na vstupu je znak 1, jestliže na výstupu byl přečten znak 1, **(2,5b)**
 - b) na vstupu je znak 0, jestliže na výstupu byl přečten znak 1, **(2,5b)**
 - c) na vstupu je znak 1, jestliže na výstupu byl přečten znak 0, **(2,5b)**
 - d) na vstupu je znak 0, jestliže na výstupu byl přečten znak 0. **(2,5b)**

2. V dílně pracují dva stroje (nezávisle na sobě). Pravděpodobnost, že se porouchá 1.stroj je 0,2. Pravděpodobnost, že se porouchá 2.stroj je 0,3. Náhodná veličina X bude označovat počet porouchaných strojů.
 - a) Určete pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny X . **(2,5b)**
 - b) Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku náhodné veličiny X . **(2,5b)**

Fixní denní náklady na provoz dílny jsou 1 000 Kč, v případě poruchy libovolného ze strojů se denní náklady na provoz dílny navyšují o 700 Kč (tj. porouchají-li se oba stroje, náklady se navýší o 1 400 Kč).

 - c) Určete pravděpodobnostní funkci celkových denních nákladů dílny. **(2,5b)**
 - d) Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku celkových denních nákladů dílny. **(2,5b)**

3. Životnost baterie má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 2 roky.
 - a) Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti (nezapomeňte na popis os) a na jeho základě odhadněte v jakém rozmezí lze očekávat životnost dané baterie. **(2,5b)**
 - b) Určete pravděpodobnost, že životnost baterie nepřekročí 4 roky. **(2,5b)**
 - c) Určete jakou životnost (v hodinách) překročí 10% baterií. **(2,5b)**
 - d) Určete pravděpodobnost, že 50 baterií zajistí alespoň 80 let provozu. **(2,5b)**

4. Při ověřování kvality voltmetru bylo provedeno 30 měření stejného napětí o neznámé hodnotě (viz [zkouska1.xlsx](http://am-nas.vsb.cz/lit40/DATA/zkouska1.xlsx)¹).
 - a) Určete bodový a 90% intervalový odhad neznámé hodnoty napětí. **(3b)**
 - b) Určete bodový a 90% intervalový odhad směrodatné chyby voltmetru. **(3b)**
 - c) Na hladině významnosti 10% ověřte, zda se pozorovaná směrodatná chyba voltmetru statisticky významně liší od výrobcem udávané hodnoty 14 mV. (Poznámka: V praxi výrobci udávají směrodatnou odchylku průměru, tzv. nejistotu typu A (u_A). Směrodatnou odchylku voltmetru pak určíme jako $u_A \cdot \sqrt{n}$, kde n je rozsah výběru.) **(4b)**

¹<http://am-nas.vsb.cz/lit40/DATA/zkouska1.xlsx>

5. Snažili jsme se zjistit, zda pravidelná aktualizace antivirového programu má vliv na náchylnost počítače vůči počítačovým virům. Všechny počítače byly vybaveny stejným operačním systémem a antivirovým programem. V první skupině byly automatické aktualizace vypnuty a ve druhé zapnuty. Po určité době běžného používání byly počítače prověřeny na přítomnost virů. Z celkových 69 počítačů se zapnutými pravidelnými aktualizacemi bylo infikováno 16 přístrojů. Z celkových 90 počítačů s vypnutými aktualizacemi bylo infikováno 41 přístrojů.

- a) Uveďte asociační tabulku prezentující vliv aktualizace antivirového programu na náchylnost počítače vůči počítačovým virům. **(1b)**
- b) Sledovanou závislost vizualizujte pomocí mozaikového grafu (v tabulce nebo v grafu uveďte i příslušné řádkové, resp. sloupcové relativní četnosti), míru kontingence posuďte na základě mozaikového grafu a na základě vhodné míry kontingence. **(2b)**
- c) Určete bodový a 95% intervalový odhad rizika zavirování počítače, který má zapnuté aktualizace antivirového programu. **(2b)**
- c) Určete bodový a 95% intervalový odhad relativního rizika zavirování počítače. Výsledek slovně interpretujte a pomocí nalezeného intervalového odhadu ověřte na příslušné hladině významnosti, zda existuje statisticky významná souvislost mezi zapnutím aktualizací antivirového programu a náchylností počítače vůči počítačovým virům. **(2b)**
- c) Čistým testem významnosti ověřte na hladině významnosti 5%, zda existuje statisticky významná souvislost mezi zapnutím aktualizací antivirového programu a náchylností počítače vůči počítačovým virům. **(3b)**

Pravděpodobnost a statistika - verze 01

Teoretická část - 10 minut, (0 – 10) bodů, požadované minimum: 2 body

Bodování příkladů 1 – 5: +1 bod za správnou odpověď, 0 bodů za nesprávnou odpověď, 0 bodů za žádnou odpověď.

Bodování příkladu 6: +1 bod za správné určení pravdivosti výroku, -1 bod za chybné určení pravdivosti výroku, 0 bodů za žádnou odpověď.

- Pravděpodobnost poruchy každé součástky je p . Předpokládejme, že součástky pracují nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost poruchy bloku složeného z 5 paralelně zapojených součástek. (Je-li funkční alespoň jedna součástka, blok funguje.)
 - $\frac{p}{5}$
 - p^5
 - $1 - p^5$
 - $5p$
 - $1 - 5p$
 - $1 - \frac{p}{5}$
- Pro modelování průměru výběru malého rozsahu je vhodné použít rozdělení
 - normální
 - Pearsonovo χ^2
 - Studentovo
 - Fisherovo-Snedecorovo
- Snížíme-li každému ve firmě plat o 10%, rozptýl platů ve firmě
 - se sníží o 10%
 - se sníží o 19%
 - se sníží o 21%
 - se nezmění
- Předpokladem pro použití testu o parametru binomického rozdělení je
 - normalita dat
 - dostatečný rozsah výběru ($n > 30, n > \frac{9}{p(1-p)}$)
 - výběr ze spojitého symetrického rozdělení
- Je-li odhad poměru šancí $\widehat{OR} = 10, 2$, pak je u exponované populace
 - stejná šance výskytu sledovaného jevu jako u neexponované populace
 - vyšší šance výskytu sledovaného jevu než u neexponované populace
 - nižší šance výskytu sledovaného jevu než u neexponované populace
- U každého z výroků uveďte jeho pravdivostní hodnotu, např. $p(A) = 1$.
 - A: Jsou-li X a Y náhodné veličiny, pak $cov(X; Y) = cov(Y; X)$.
 - B: Hustota pravděpodobnosti normované normální náhodné veličiny je sudá funkce.
 - C: Hladina významnosti α je pravděpodobnost, že skutečná hodnota hledaného parametru neleží uvnitř intervalu spolehlivosti.
 - D: Mannův-Whitneyův test se používá k ověření shody úrovně ve dvou závislých výběrech.
 - E: Jediným předpokladem použití Leveneova testu je nezávislost výběrů.