

# VYBRANÉ DVOUVÝBĚROVÉ TESTY

Martina Litschmannová



# Obsah přednášky – Vybrané dvouvýběrové testy par. hypotéz

---

- test o shodě rozptylů (F-test),
- testy o shodě středních hodnot ( $t$ -test, Aspinové-Welchův test),
- test o shodě mediánů (Mannův-Whitneyův test),
- test o shodě parametrů dvou binomických rozdělení (test homogenity dvou binomických rozdělení),
  
- párové testy (párový  $t$ -test, párový znaménkový test)

# Test o shodě rozptylů (*F*-test, test homoskedasticity)

---

$$H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2, \quad H_A: \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2 \text{ (resp. } \sigma_X^2 < \sigma_Y^2, \sigma_X^2 > \sigma_Y^2)$$

Předpoklady testu:

Mějme dva **nezávislé** výběry  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  a  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ , které pocházejí z populací, které **mají rozdělení**  $N(\mu_X; \sigma_X^2)$ , resp.  $N(\mu_Y; \sigma_Y^2)$ .

Testová statistika: 
$$T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\frac{s_X^2}{\sigma_X^2}}{\frac{s_Y^2}{\sigma_Y^2}}$$

**Nulové rozdělení:** Fisherovo-Snedecorovo rozdělení s  $n_1 - 1$  stupni volnosti pro čitatele a  $n_2 - 1$  stupni volnosti pro jmenovatele

# Testy o shodě středních hodnot - dvouvýběrový $t$ -test

---

$$H_0: \mu_X = \mu_Y, \quad H_A: \mu_X \neq \mu_Y \quad (\text{resp. } \mu_X < \mu_Y, \mu_X > \mu_Y)$$

Předpoklady testu:

Mějme dva **nezávislé** výběry  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  a  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ , které pochází z populace **mající** opět rozdělení  $N(\mu_X; \sigma_X^2)$ , resp.  $N(\mu_Y; \sigma_Y^2)$ , kde  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ .

Testová statistika: 
$$T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_X^2 + (n_2 - 1)s_Y^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

**Nulové rozdělení:** Studentovo rozdělení s  $\nu = n_1 + n_2 - 2$  stupni volnosti

# Testy o shodě středních hodnot - Aspinové-Welchův test

---

$$H_0: \mu_X = \mu_Y, \quad H_A: \mu_X \neq \mu_Y \quad (\text{resp. } \mu_X < \mu_Y, \mu_X > \mu_Y)$$

Předpoklady testu:

Mějme dva **nezávislé** výběry  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  a  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ , které pochází z populace **mající** opět **rozdělení**  $N(\mu_X; \sigma_X^2)$ , resp.  $N(\mu_Y; \sigma_Y^2)$ , kde  $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ .

Testová statistika: 
$$T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{s_X^2}{n_1} + \frac{s_Y^2}{n_2}}}$$

**Nulové rozdělení:** Studentovo rozdělení s  $\nu$  stupni volnosti, kde  $\nu \cong \frac{\left(\frac{s_X^2}{n_1} + \frac{s_Y^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1-1} \left(\frac{s_X^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2-1} \left(\frac{s_Y^2}{n_2}\right)^2}$ .

# Neparametrický test o shodě stř. hodnot – test shody mediánů Mannův-Whitneyův test

---

$$H_0: x_{0,5X} = x_{0,5Y}, \quad H_A: x_{0,5X} \neq x_{0,5Y} \text{ (resp. } x_{0,5X} < x_{0,5Y}, x_{0,5X} > x_{0,5Y} \text{)}$$

Předpoklady testu:

Nechť  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  a  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$  jsou dva **nezávislé výběry** ze **spojitých rozdělení se stejným rozptylem a tvarem**.

**Postup testování:** viz Úvod do statistiky, str. 193-194

# Test o shodě parametrů dvou binomických rozdělení

---

$$H_0: \pi_1 = \pi_2, \quad H_A: \pi_1 \neq \pi_2 \text{ (resp. } \pi_1 < \pi_2, \pi_1 > \pi_2)$$

Předpoklady testu:

$X$  a  $Y$  jsou náhodné výběry z alternativního rozdělení. Pro provedení tohoto testu musíme mít k dispozici výběry o dostatečném rozsahu  $n_1$ , resp.  $n_2$ . Rozsahy jednotlivých výběrů lze považovat za dostatečné, pokud jsou splněny podmínky:

$$n_1 > \frac{9}{p_1(1-p_1)} \quad \text{a} \quad n_2 > \frac{9}{p_2(1-p_2)}.$$

Testová statistika: 
$$T(X, Y) = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

Nulové rozdělení: normované normální

# Párové testy

---

Jsou-li výsledkem zjišťování dvojice náhodných veličin  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ , které tvoří **páry závislých pozorování** (jde o veličiny zjišťované na stejné statistické jednotce), musíme při ověřování shody polohy přistoupit k párovým testům.

Definujme soubor rozdílů (diferencí)

$$\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n), \text{ kde } D_i = X_i - Y_i.$$

Lze předpokládat, že náhodné veličiny  $(D_1, D_2, \dots, D_n)$  jsou nezávislé a že mají stejné rozdělení se střední hodnotou  $\mu = \mu_1 - \mu_2$ . Test o shodě dvou středních hodnot prováděný na základě dvou závislých výběrů můžeme převést na jednovýběrový test o střední hodnotě aplikovaný na soubor diferencí (rozdílů)  $\mathbf{D}$ .



Typ proměnné	Požadovaný typ analýzy	Předpoklady		Testy, resp. intervalové odhady
Dvě nezávislé spojité proměnné	Ověření shody rozptylů (homoskedasticity)	Normalita		<i>F</i> -test (test shody rozptylů)
				Intervalový odhad <i>poměru</i> rozptylů, resp. směr. odchylek
	Ověření shody měř polohy (středních hodnot, resp. mediánů)	Normalita	Shoda rozptylů (homoskedasticita)	Dvouvýběrový Studentův <i>t</i> -test (test shody stř. hodnot)
				Intervalový odhad rozdílu stř.hodnot
		—	Různé rozptyly (heteroskedasticita)	Aspinové-Welchův test (test shody stř. hodnot)
				Intervalový odhad rozdílu stř.hodnot
—		Mannův-Whitneyův test test shody mediánů		
Párová (spojitá) data	Ověření shody úrovně párových dat	Normalita		Párový studentův <i>t</i> -test
				Intervalový odhad střední hodnoty rozdílů
		Výběry většího rozsahu	Párový znaménkový test	
—		Symetrické rozdělení	Wilcoxonův párový test	
Dvě dichotomické proměnné	Ověření shody pravděpodobností	$n_i > \frac{9}{p_i(1-p_i)}, i = 1, 2$		Test homogenity dvou binomických rozdělení
				Intervalový odhad rozdílu parametru binomických rozdělení

DĚKUJI ZA  
POZORNOST!

