

ROZDĚLENÍ SPOJITÉ NÁHODNÉ VELIČINY

1. Necht' náhodná veličina modelující IQ (intelligenční kvocient) evropské populace má normální rozdělení se střední hodnotou 100 bodů a směrodatnou odchylkou 15 bodů.
 - a) V jakém rozmezí očekáváte IQ evropské populace? (Posuďte na základě grafu hustoty pravděpodobnosti.)
 - b) Kolik procent Evropanů má IQ v rozmezí 85-115 bodů?
 - c) Kolik procent Evropanů má IQ vyšší než 115 bodů?
 - d) Jakou hodnotu IQ překračuje maximálně 5% evropské populace?
2. Doba do poruchy (měsíce) určité součástky má Weibullovo rozdělení s lineárně rostoucí intenzitou poruch a parametrem měřítka 10.
 - a) V jakém rozmezí dobu do poruchy dané součástky? (Posuďte na základě grafu hustoty pravděpodobnosti.)
 - b) S jakou pravděpodobností bude doba do poruchy této součástky delší než 1 rok?
 - c) Jakou dobu do poruchy překročí alespoň polovina součástek daného typu?
 - d) Jaká je hodnota intenzity poruch v 10 měsících? Jaká je pravděpodobnost, že se součástka porouchá v následujících 14 dnech, víte-li, že pracuje bez poruchy již 10 měsíců? (Použijte pro výpočet intenzitu poruch.)
3. Trolejbusy MHD odjíždějí ze stanice v pětiminutových intervalech. Cestující může přijít na stanici v libovolný okamžik. Určete střední hodnotu a rozptyl doby čekání na odjezd ze stanice. Spočítejte dále pravděpodobnost, že cestující bude čekat nejvýše 0,5 minuty.

(2,5; 25/12; 0,1)
4. Životnost žárovky má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 400h. S jakou pravděpodobností bude žárovka svítit dalších 100 hodin, jestliže již svítila 600 hodin?
5. Průměrná doba mezi příjezdy nákladních automobilů s betonovou směsí je 10 minut. Jaká je pravděpodobnost, že doba mezi příjezdy dvou vozidel bude kratší než 7 minut?
6. Doba do vybití baterie se řídí exponenciálním rozdělením.
 - a) Jaká je střední doba do vybití, víme-li, že 4 000 hodin přežije 1% těchto baterií?
 - b) Je-li střední doba do vybití 3 150 hodin, kolik procent těchto baterií přežije 4000 hodin?
 - c) Určete dobu do vybití baterie, kterou přežije 25% baterií, víte-li, že střední doba do vybití baterie je 3 150 hodin.
6. Do 60 minut je v opravně pana Malého opraveno 30% televizorů. Jaká je průměrná doba opravy televizoru v této opravně?
7. Jaký je podíl střední hodnoty a mediánu u exponenciálního rozdělení?
8. Obsah nečistot v odpadních vodách ($g \cdot m^{-3}$) je popsán normálním rozdělením se střední hodnotou 180 a směrodatnou odchylkou 10. Vypočtete:
 - a) procento zkoušek, při kterých obsah nečistot překročí hodnotu $240 g \cdot m^{-3}$.
 - b) hodnotu obsahu nečistot, která nebude překročena v 95% zkoušek.

9. Ve strojírenském závodě se vyrábějí určité součástky, jejichž rozměry mají náhodné odchylky řídící se normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou 4 mm. Výrobky s odchylkou menší než 5 mm se zařazují do vyšší jakostní třídy. Určete střední hodnotu počtu výrobků zařazených do vyšší jakostní třídy z daných 4 výrobků.

(cca 3 ks)

10. Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0; 2,4) mm?

(0,639)

11. Jakou je nutno stanovit toleranci, aby pravděpodobnost, že průměr pískového zrna překročí toleranční hranici, byla maximálně 0,45326, jestliže odchylky od středu tolerance (μm) mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem $14\,400 \mu m^2$.

(72, 3 μm)