

ROZDĚLENÍ SPOJITÉ NÁHODNÉ VELIČINY

1. Necht' náhodná veličina modelující IQ (intelligenční kvocient) evropské populace má normální rozdělení se střední hodnotou 100 bodů a směrodatnou odchylkou 15 bodů.
 - a) V jakém rozmezí očekáváte IQ evropské populace? (Posudte na základě grafu hustoty pravděpodobnosti.) **(55 bodů – 145 bodů)**
 - b) Kolik procent Evropanů má IQ v rozmezí 85 - 115 bodů? **(0,682)**
 - c) Kolik procent Evropanů má IQ vyšší než 115 bodů? **(0,159)**
 - d) Jakou hodnotu IQ překračuje maximálně 5% evropské populace? **(124,7 bodů)**
2. Doba do poruchy (měsíce) určité součástky má Weibullovo rozdělení s lineárně rostoucí intenzitou poruch a parametrem měřítka 10.
 - a) V jakém rozmezí dobu do poruchy dané součástky? **(0 – 20 měsíců)**
 - b) S jakou pravděpodobností bude doba do poruchy této součástky delší než 1 rok? **(0,237)**
 - c) Jakou dobu do poruchy překročí alespoň čtvrtina součástek daného typu? **(11,8 měsíců)**
 - d) Jaká je hodnota intenzity poruch v 10 měsících? **(0,2)**
 - e) Jaká je pravděpodobnost, že se součástka porouchá v následujících 14 dnech, víte-li, že pracuje bez poruchy již 10 měsíců? **(0,1, použijte pro výpočet intenzitu poruch.)**
3. Trolejbusy MHD odjíždějí ze stanice v pětiminutových intervalech. Cestující může přijít na stanici v libovolný okamžik. Určete střední hodnotu a rozptyl doby čekání na odjezd ze stanice. Spočítejte dále pravděpodobnost, že cestující bude čekat nejvýše 0,5 minuty.

(2,5 min; 25/12 min²; 0,1)
4. Životnost žárovky má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 400h. S jakou pravděpodobností bude žárovka svítit dalších 100 hodin, jestliže již svítila 600 hodin? **(0,779)**
5. Průměrná doba mezi příjezdy nákladních automobilů s betonovou směsí je 10 minut. Jaká je pravděpodobnost, že doba mezi příjezdy dvou vozidel bude kratší než 7 minut? **(0,503)**
6. Doba do vybití baterie se řídí exponenciálním rozdělením.
 - a) Jaká je střední doba do vybití, víme-li, že 4 000 hodin přežije 1% těchto baterií? **(869 h)**
 - b) Je-li střední doba do vybití 3 150 hodin, kolik procent těchto baterií přežije 4000 hodin? **(28,1 %)**
 - c) Určete dobu do vybití baterie, kterou přežije 25% baterií, víte-li, že střední doba do vybití baterie je 3 150 hodin. **(4 367 h)**
6. Do 60 minut je v opravně pana Malého opraveno 30% televizorů. Jaká je průměrná doba opravy televizoru v této opravně? **(168 min)**
7. Jaký je podíl střední hodnoty a mediánu u exponenciálního rozdělení? $\left(\frac{1}{\ln 2} = 1,44\right)$
8. Obsah nečistot v odpadních vodách ($g \cdot m^{-3}$) je popsán normálním rozdělením se střední hodnotou 180 a směrodatnou odchylkou 10. Vypočtete:
 - a) procento zkoušek, při kterých obsah nečistot překročí hodnotu $200 g \cdot m^{-3}$, **(2,27 %)**
 - b) hodnotu obsahu nečistot, která nebude překročena v 95 % zkoušek. **(196,4 g.m⁻³)**

9. Ve strojírenském závodě se vyrábějí určité součástky, jejichž rozměry mají náhodné odchylky řídící se normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou 4 mm. Výrobky s odchylkou menší než 5 mm se zařazují do vyšší jakostní třídy. Určete střední hodnotu počtu výrobků zařazených do vyšší jakostní třídy z daných 4 výrobků. (**cca 3 ks**)
10. Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0; 2,4) mm? (**0,639**)

Bonusový příklad

11. Jakou je nutno stanovit toleranci, aby pravděpodobnost, že průměr pískového zrna překročí toleranční hranici, byla maximálně 0,45326, jestliže odchylky od středu tolerance (μm) mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem 14 400 μm^2 . (**72,3 μm**)