

Rubikova kostka snadno a rychle

Petr Kovář

VŠB – Technical University of Ostrava

petr.kovar@vsb.cz

ŠKOMAM 27.-29.1. 2020, Ostrava

VSB TECHNICAL
UNIVERSITY
OF OSTRAVA

FACULTY OF ELECTRICAL
ENGINEERING AND COMPUTER
SCIENCE

DEPARTMENT
OF APPLIED
MATHEMATICS

VSB TECHNICAL
UNIVERSITY
OF OSTRAVA

IT4INNOVATIONS
NATIONAL SUPERCOMPUTING
CENTER



Rubik Ernő, 1974

Disclaimer: Upřesnění názvu



Disclaimer: Zřeknutí se názvu



Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne. . .

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému.

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu.
Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu.
Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu.
Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu.
Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu.
Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Proč tato přednáška?

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Proč tato přednáška?

- Jak postupy skládání popsat?

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Proč tato přednáška?

- Jak postupy skládání popsat?
- Jak postupy samostatně vymyslet?

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Proč tato přednáška?

- Jak postupy skládání popsat?
- Jak postupy samostatně vymyslet?
- Nebudeme potřebovat ani limity, ani derivace, ani integrály, ...

Disclaimer: Zřeknutí se názvu



„Rubikova kostka snadno?“ To asi ne...

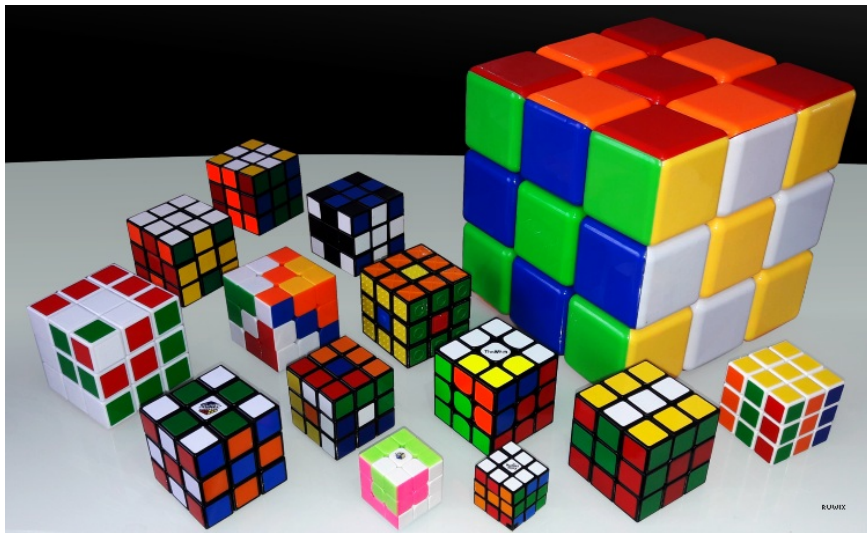
- Snadnější je najít algoritmy pro řešení na internetu. Víme, co máme dělat, jen nevíme, proč to funguje.
- Snadnější je předat úkol někomu jinému. PNJ, v originále SEP
- Snadnější je využít hotové nástroje.

Rubikova kostka rychle?

- Nejrychlejší postupy jsou známy („Gods number“ 20 tahů).
- Rychlejší je předat úkol někomu, kdo algoritmy zná.
- Rychlejší je využít hotové nástroje.

Proč tato přednáška?

- Jak postupy skládání popsat?
- Jak postupy samostatně vymyslet?
- Nebudeme potřebovat ani limity, ani derivace, ani integrály, ...
- Něco se naučíme. Půjde použít i jinde...

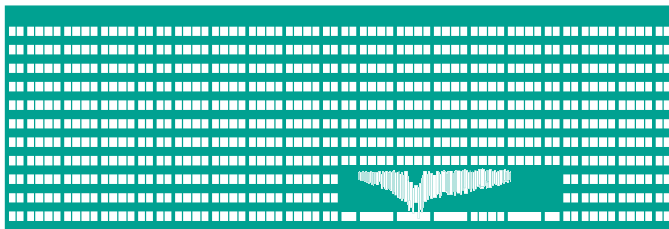


RUBIK'S





Různé hlavolamy lze řešit podobně.



Rubikova kostka obtížně a zdlouhavě

Petr Kovář

VŠB – Technical University of Ostrava

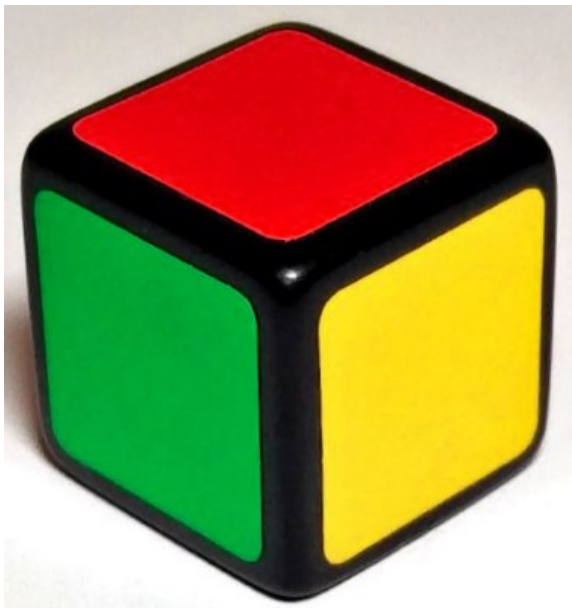
petr.kovar@vsb.cz

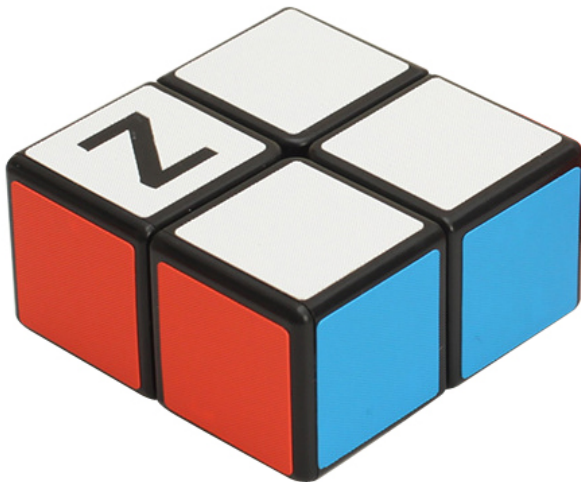
ŠKOMAM 27.-29.1. 2020, Ostrava



- 1 Upřesnění názvu
- 2 Zápis pohybů Rubikovy kostky
 - Zcube
 - Rubikova kostka $1 \times 3 \times 3$
- 3 Skládání malých kostek
 - Zcube
 - Rubikova kostka $1 \times 3 \times 3$
 - GAP
- 4 Skládání Rubikovy kostky

Zápis pohybů Rubikovy kostky





Zcube



Zcube má

- rozměr $1 \times 2 \times 2$,



Zcube má

- rozměr $1 \times 2 \times 2$,
- jen 6 různých rozmíchání,



Zcube má

- rozměr $1 \times 2 \times 2$,
- jen 6 různých rozmíchání,
- „nejméně složitější“ rozmíchání, které vyžaduje jen 3 tahy,



Zcube má

- rozměr $1 \times 2 \times 2$,
- jen 6 různých rozmíchání,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje jen 3 tahy,
- extrémně jednoduchý algoritmus na složení.



Zcube má

- rozměr $1 \times 2 \times 2$,
- jen 6 různých rozmíchání,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje jen 3 tahy,
- extrémně jednoduchý algoritmus na složení.

Je to šikovný hlavolam pro úvod obecného popisu.

Popis tahů Zcube



	1	2	
3	5	6	9
4	7	8	10
	11	12	
	13	14	
	15	16	

Očísľujeme nálepky.

Popis tahů Zcube



	1	2	
3	5	6	9
4	7	8	10
	11	12	
	13	14	
	15	16	

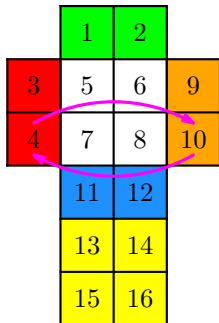
Očísľujeme nálepký.

Každý pohyb odpovídá permutaci nálepek.
Permutace nakreslíme a zapíšeme.

Čtyři základní pohyby



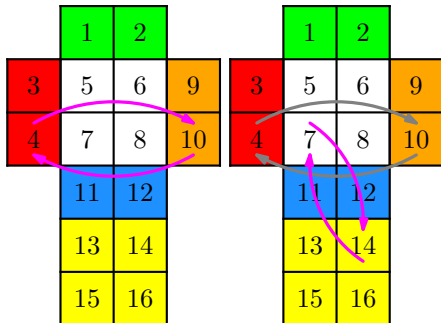
Otočení přední stěny $F = (4\ 10)(7\ 14)(8\ 13)(11\ 12)$.



Čtyři základní pohyby



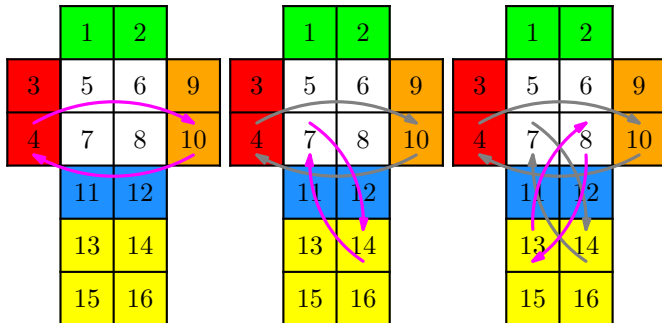
Otočení přední stěny $F = (4\ 10)(7\ 14)(8\ 13)(11\ 12)$.



Čtyři základní pohyby



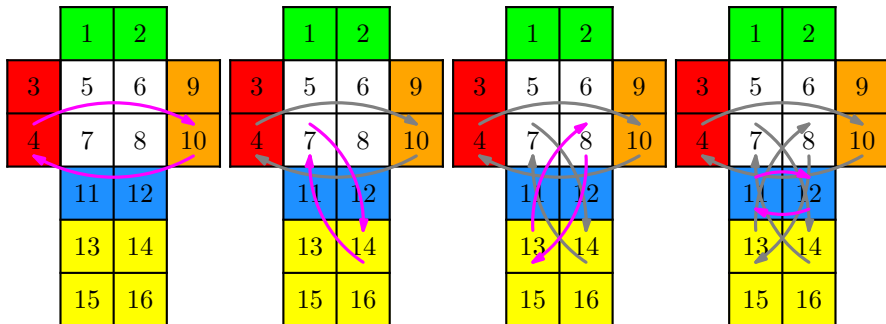
Otočení přední stěny $F = (4\ 10)(7\ 14)(8\ 13)(11\ 12)$.



Čtyři základní pohyby



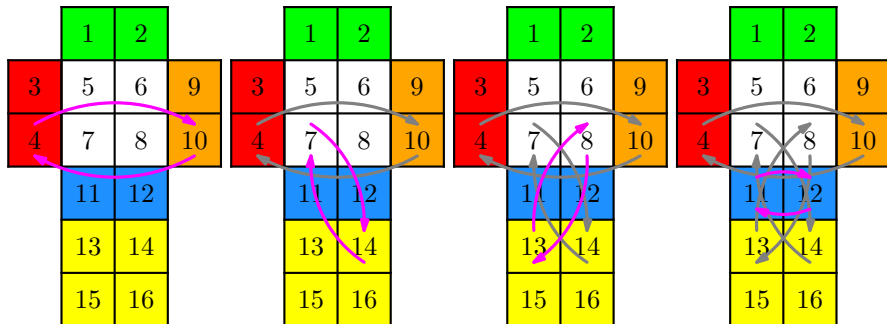
Otočení přední stěny $F = (4\ 10)(7\ 14)(8\ 13)(11\ 12)$.



Čtyři základní pohyby



Otočení přední stěny $F = (4\ 10)(7\ 14)(8\ 13)(11\ 12)$.



Otočení zadní stěny $B = (1\ 2)(3\ 9)(5\ 16)(6\ 15)$, pravé a levé stěny

$$R = (2\ 12)(6\ 14)(8\ 16)(9\ 10), \quad L = (1\ 11)(3\ 4)(5\ 13)(7\ 15).$$



Zcube

- 4 otočení stěn,
- 6 různých rozmíchání,
- 24 pokud počítáme převrácení hlavolamu jako další rozmíchání,
- maximálně 3 tahy (pro jediné rozmíchání).

Srovnání

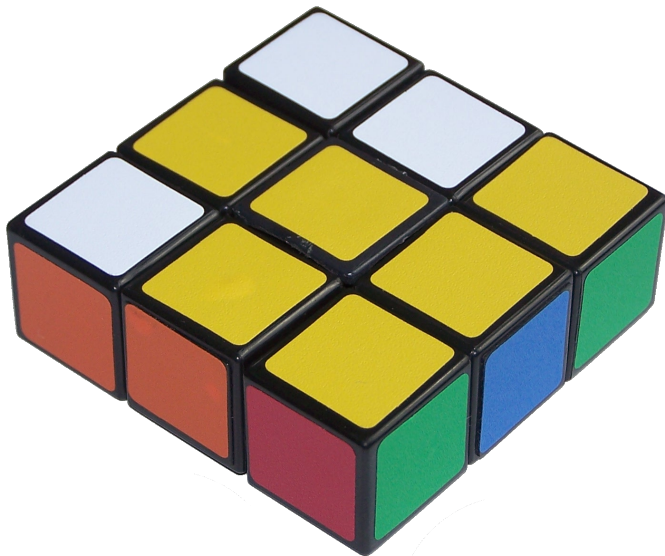


Zcube

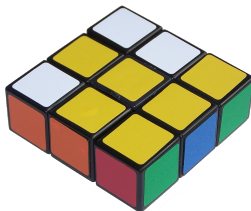
- 4 otočení stěn,
- 6 různých rozmíchání,
- 24 pokud počítáme převrácení hlavolamu jako další rozmíchání,
- maximálně 3 tahy (pro jediné rozmíchání).

Rubikova kostka

- 6 různých otočení,
- 43 252 003 274 489 856 000 různých rozmíchání,
($43 \cdot 10^{18}$, 43 triliónů)
- maximálně 20 tahů má stačit (pro 490 miliónů rozmíchání).

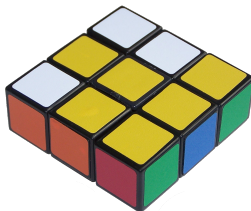


Floppy cube.



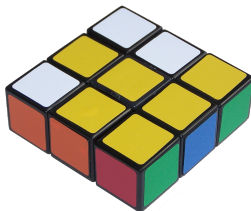
Floppy cube má

■ rozměr $1 \times 3 \times 3$,



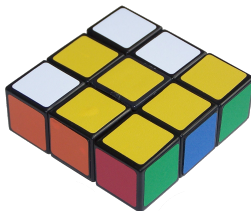
Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,



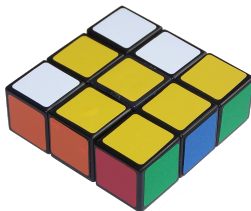
Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,



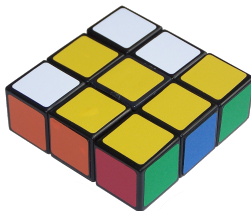
Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,
- „nejméně složitější“ rozmíchání, které vyžaduje 8 tahů („God's number“),



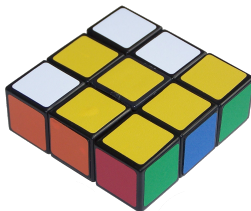
Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje 8 tahů („God's number“), například F, R, L, B, R, F, B, L
- rohové kostky nelze na místě otočit:
na výchozí a protilehlé pozici „stejně“ otočené, na zbylých dvou „opačně“ otočené.



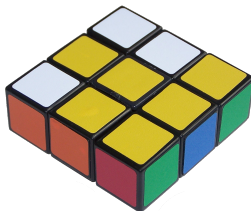
Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje 8 tahů („God's number“), například F, R, L, B, R, F, B, L
- rohové kostky nelze na místě otočit:
na výchozí a protilehlé pozici „stejně“ otočené, na zbylých dvou „opačně“ otočené.
- stěnové kostky lze otočit pouze v páru:
otočit lze 0, dvě nebo 4 stěnové kostky, tzv. „sudé permutace“.



Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje 8 tahů („God's number“), například F, R, L, B, R, F, B, L
- rohové kostky nelze na místě otočit:
na výchozí a protilehlé pozici „stejně“ otočené, na zbylých dvou „opačně“ otočené.
- stěnové kostky lze otočit pouze v páru:
otočit lze 0, dvě nebo 4 stěnové kostky, tzv. „sudé permutace“.
Legálními tahy nelze otočit **lichý** počet stěnových kostek.



Floppy cube má

- rozměr $1 \times 3 \times 3$,
- 192 různých rozmíchání,
- středovou kostku fixujeme, 4 různá otočení,
- „nejsložitější“ rozmíchání, které vyžaduje 8 tahů („God's number“), například F, R, L, B, R, F, B, L
- rohové kostky nelze na místě otočit:
na výchozí a protilehlé pozici „stejně“ otočené, na zbylých dvou „opačně“ otočené.
- stěnové kostky lze otočit pouze v páru:
otočit lze 0, dvě nebo 4 stěnové kostky, tzv. „sudé permutace“.
Legálními tahy nelze otočit **lichý** počet stěnových kostek.

Jaký je celkový počet možných rozmíchání s uvažováním změny tvaru?

Popis čtyř tahů Floppy cube



	1	2	3	
4	7	8	9	16
5	10	11	12	17
6	13	14	15	18
	19	20	21	
	22	23	24	
	25	26	27	
	28	29	30	

Popis čtyř tahů Floppy cube



	1	2	3	
4	7	8	9	16
5	10	11	12	17
6	13	14	15	18
	19	20	21	
	22	23	24	
	25	26	27	
	28	29	30	

$$F = (6\ 18)(13\ 24)(14\ 23)(15\ 22)(19\ 21),$$

$$B = (1\ 3)(4\ 16)(7\ 30)(8\ 29)(9\ 28),$$

$$L = (1\ 19)(4\ 6)(7\ 22)(10\ 25)(13\ 28),$$

$$R = (3\ 21)(9\ 24)(12\ 27)(15\ 30)(16\ 18).$$

Skládání malých kostek

Jak poskládat Zcube?



Jak poskládat Zcube?



Pokus – omyl?

Jak poskládat Zcube?



Pokus – omyl? Spíš pokus – úspěch!

Jak poskládat Zcube?



Pokus – omyl? Spíš pokus – úspěch!

- Jednu kostku zvolíme pevně. Libovolnou.

Jak poskládat Zcube?



Pokus – omyl? Spíš pokus – úspěch!

- Jednu kostku zvolíme pevně. Libovolnou.
- Postupně střídavě otáčíme zbývající stěny.

Jak poskládat Zcube?



Pokus – omyl? Spíš pokus – úspěch!

- Jednu kostku zvolíme pevně. Libovolnou.
- Postupně střídavě otáčíme zbývající stěny.
- Například R, F, R, F, R, F

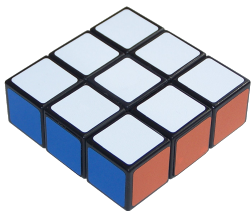
Jak poskládat Zcube?



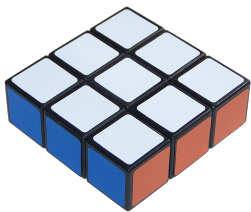
Pokus – omyl? Spíš pokus – úspěch!

- Jednu kostku zvolíme pevně. Libovolnou.
- Postupně střídavě otáčíme zbývající stěny.
- Například R, F, R, F, R, F
- Dostaneme všech 6 různých rozmíchání, mezi nimi právě jednou poskládaná Zcube.

Jak poskládat Floppy cube?

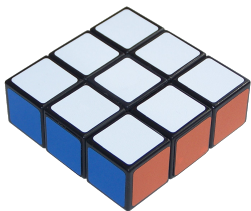


Jak poskládat Floppy cube?



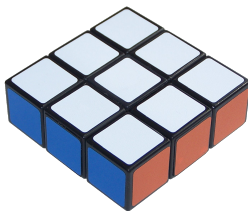
- Středová kostka pevně zafixovaná.

Jak poskládat Floppy cube?



- Středová kostka pevně zafixovaná.
- Hranové kostky nelze přesunovat, jen otáčet.

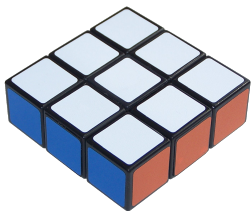
Jak poskládat Floppy cube?



- Středová kostka pevně zafixovaná.
- Hranové kostky nelze přesunovat, jen otáčet.
- Postupným otáčením čtyř stěn (R, L, F, B) posuneme rohové kostky na místo.

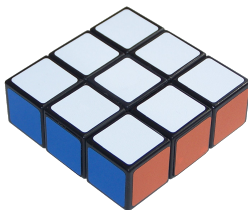


Jak poskládat Floppy cube?



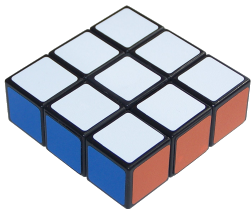
- Středová kostka pevně zafixovaná.
- Hranové kostky nelze přesunovat, jen otáčet.
- Postupným otáčením čtyř stěn (R, L, F, B) posuneme rohové kostky na místo.
- Připomínám: rohové kostky nelze špatně otočit na správném místě!

Jak poskládat Floppy cube?



- Středová kostka pevně zafixovaná.
- Hranové kostky nelze přesunovat, jen otáčet.
- Postupným otáčením čtyř stěn (R, L, F, B) posuneme rohové kostky na místo.
- Připomínám: rohové kostky nelze špatně otočit na správném místě!
- Pokud hranové kostky správně otočeny, jsme hotovi.

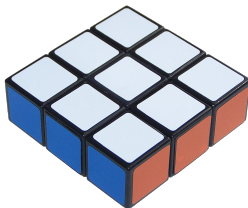
Jak poskládat Floppy cube?



- Pokud ne (2 nebo 4 jinak), lze otočit **dvě hranové kostky současně**. Využijeme znalost Zcube: posloupnost R, F, R, F, R, F
 - vrátí rohové na místo,
 - hranové kostky na R a F otočí $3\times$, tj. **otočí je**.
- Případně další dvojici sousedních rohových kostek.



Jak poskládat Floppy cube?



- Pokud ne (2 nebo 4 jinak), lze otočit **dvě hranové kostky současně**. Využijeme znalost Zcube: posloupnost R, F, R, F, R, F
 - vrátí rohové na místo,
 - hranové kostky na R a F otočí $3\times$, tj. **otočí je**.
- Případně další dvojici sousedních rohových kostek.

Všimněte si:

- Zvlášť řešíme hranové a zvlášť rohové kostky.
- Využíváme toho, že některá „rozmíchání“ nelze dosáhnout.



Proč popis pomocí cyklů?

- Stručný a přehledný,
- poskytuje další informace: řád permutace,
- standard i pro popis v programu GAP.

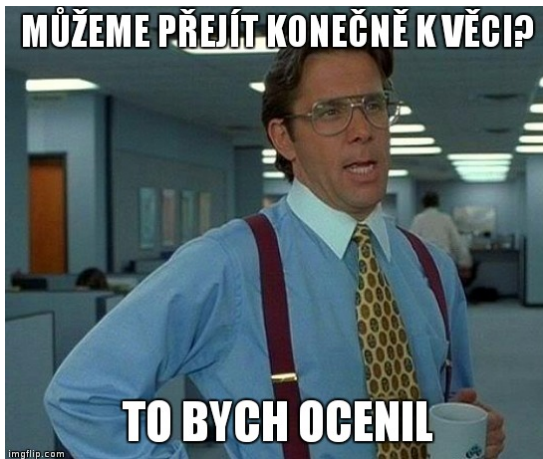


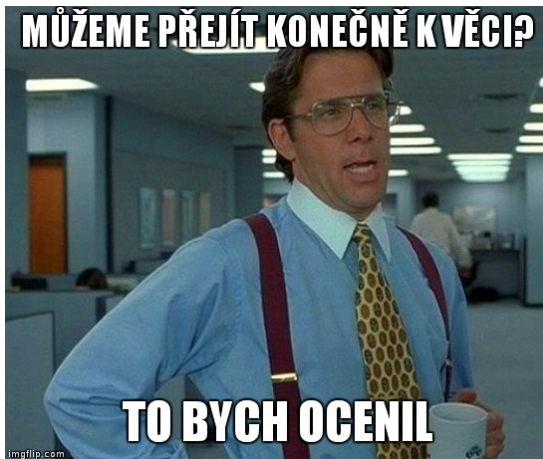
Proč popis pomocí cyklů?

- Stručný a přehledný,
- poskytuje další informace: řád permutace,
- standard i pro popis v programu GAP.

Využití v GAPu:

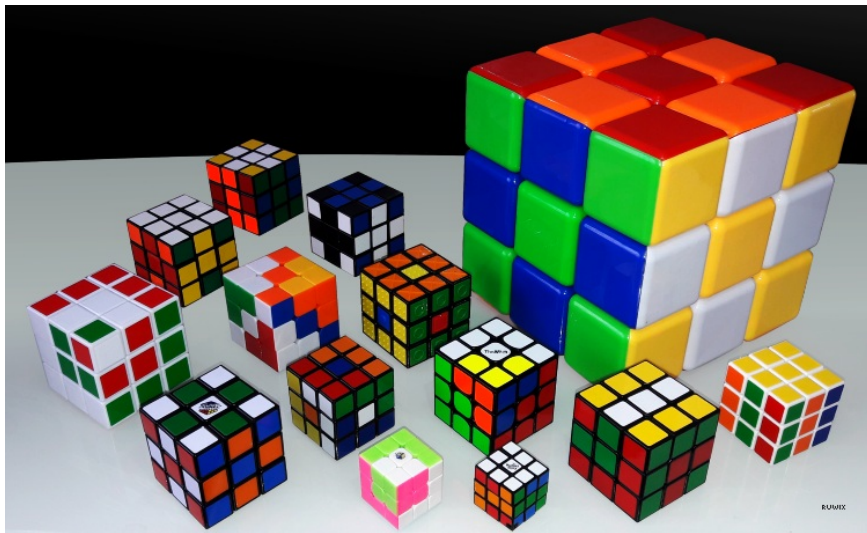
```
gap> G:=SymmetricGroup(30);  
Sym( [ 1 .. 30 ] )  
gap> F:=(6,18)(13,24)(14,23)(15,22)(19,21);  
gap> B:=(1,3)(4,16)(7,30)(8,29)(9,28);  
gap> L:=(1,19)(4,6)(7,22)(10,25)(13,28);  
gap> R:=(3,21)(9,24)(12,27)(15,30)(16,18);  
gap> K:=Subgroup(G, [R,L,F,B]);  
gap> Order(K);  
192
```



Chceme opravdickou Rubikovu kostku!

Skládání Rubikovy kostky



Mějme jakoukoliv Rubikovu kostku, tužku a papír.

Předpokládáme

Předpokládáme

- některé z 43 252 003 274 489 856 000 přípustných rozmíchání,



Předpokládáme

- některé z 43 252 003 274 489 856 000 přípustných rozmíchání,



- 6 otočení F, B, R, L, U, D a 6 proti směru F', B', R', L', U', D'

Předpokládáme

- některé z 43 252 003 274 489 856 000 přípustných rozmíchání,



- 6 otočení F, B, R, L, U, D a 6 proti směru F', B', R', L', U', D'
- umíme **sestavit první vrstvu**.



Náš postup asi nebude nejrychlejší možný



Náš postup asi nebude nejrychlejší možný





Jak vymyslet vlastní algoritmy?

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.



Dvě klíčová pozorování

První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

Dvě klíčová pozorování



První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

- pokud posloupnost tahů udělá nějakou změnu v první vrstvě,



Dvě klíčová pozorování

První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

- pokud posloupnost tahů udělá nějakou změnu v první vrstvě,
- potom první vrstvu o kousek pootočíme,



Dvě klíčová pozorování

První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

- pokud posloupnost tahů udělá nějakou změnu v první vrstvě,
- potom první vrstvu o kousek pootočíme,
- posloupnost tahů pozpátku udělá opačnou změnu (o kousek vedle).



Dvě klíčová pozorování

První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

- pokud posloupnost tahů udělá nějakou změnu v první vrstvě,
- potom první vrstvu o kousek pootočíme,
- posloupnost tahů pozpátku udělá opačnou změnu (o kousek vedle).
- **Zbývající část kostky se nejprve rozhází a pak složí zpět!**



Dvě klíčová pozorování

První pozorování:

- když provedeme jakoukoliv posloupnost tahů $T_1, T_2, \dots, T_n$,
- a potom provedeme opačnou posloupnost opačných tahů $T'_n, T'_{n-1}, \dots, T'_1$
- dostaneme **výchozí stav**.

Například: $R, F, L, B, B', L', F', R'$.

Druhé pozorování:

- pokud posloupnost tahů udělá nějakou změnu v první vrstvě,
- potom první vrstvu o kousek pootočíme,
- posloupnost tahů pozpátku udělá opačnou změnu (o kousek vedle).
- **Zbývající část kostky se nejprve rozhází a pak složí zpět!**

Pár příkladů.

Otočení rohové kostky



Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

Například (URF) proti směru a (ULF) po směru.

- Otočíme pouze **jedinou** kostku v horní vrstvě; libovolný postup, například $R'D'RD^2FD'F'$.

Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

Například (URF) proti směru a (ULF) po směru.

- Otočíme pouze **jedinou** kostku v horní vrstvě; libovolný postup, například $R'D'RD^2FD'F'$.

Postup si zapíšeme. Rozházení zbývajících vrstev **nevadí!**

Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

Například (URF) proti směru a (ULF) po směru.

- Otočíme pouze **jedinou** kostku v horní vrstvě; libovolný postup, například $R'D'RD^2FD'F'$.

Postup si zapíšeme. Rozházení zbývajících vrstev **nevadí**!

- Otočíme horní vrstvu protisměru U' .

Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

Například (URF) proti směru a (ULF) po směru.

- Otočíme pouze **jedinou** kostku v horní vrstvě; libovolný postup, například $R'D'RD^2FD'F'$.

Postup si zapíšeme. Rozházení zbývajících vrstev **nevadí**!

- Otočíme horní vrstvu protisměru U' .
- Postup z prvního kroku provedeme pozpátku $FDF'D^2R'DR$.

Otočení rohové kostky



Pozor: nelze otočit **jen jednu** rohovou kostku, vždy alespoň dvě (opačně).

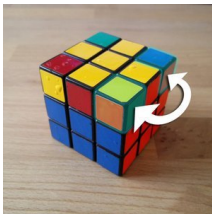
Například (URF) proti směru a (ULF) po směru.

- Otočíme pouze **jedinou** kostku v horní vrstvě; libovolný postup, například $R'D'RD^2FD'F'$.

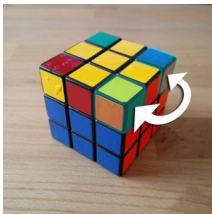
Postup si zapíšeme. Rozházení zbývajících vrstev **nevadí**!

- Otočíme horní vrstvu protisměru U' .
- Postup z prvního kroku provedeme pozpátku $FDF'D^2R'DR$.
Rozházení zbývajících vrstev **se opraví**! Zbývá otočit U .

Prohození dvou rohových kostek



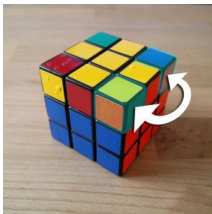
Prohození dvou rohových kostek



Chceme například prohodit (URF) a (URB). Otočení to komplikuje...

- Nějakým postupem prohodíme (URF) a (URB)

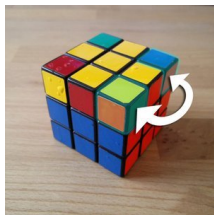
Prohození dvou rohových kostek



Chceme například prohodit (URF) a (URB). Otočení to komplikuje...

- Nějakým postupem prohodíme (URF) a (URB)
- Otočíme horní vrstvu U .

Prohození dvou rohových kostek



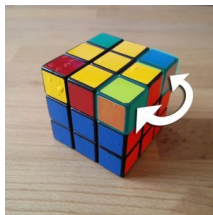
Chceme například prohodit (URF) a (URB). Otočení to komplikuje...

- Nějakým postupem prohodíme (URF) a (URB)
- Otočíme horní vrstvu U .
- Postup z prvního kroku provedeme pozpátku.

Celkově prohodí jiné dvě kostky: (ULF) a (URF).

- Prohodíme (URF) a (URB); například $B'D'DR'DRD^2RD'R'$.

Prohození dvou rohových kostek



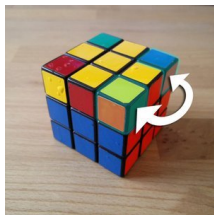
Chceme například prohodit (URF) a (URB). Otočení to komplikuje...

- Nějakým postupem prohodíme (URF) a (URB)
- Otočíme horní vrstvu U .
- Postup z prvního kroku provedeme pozpátku.

Celkově prohodí **jiné dvě kostky**: (ULF) a (URF).

- Prohodíme (URF) a (URB); například $B'D'BD'R'DRD^2RD'R'$.
- Otočíme horní vrstvu ve směru U .

Prohození dvou rohových kostek



Chceme například prohodit (URF) a (URB). Otočení to komplikuje...

- Nějakým postupem prohodíme (URF) a (URB)
- Otočíme horní vrstvu U .
- Postup z prvního kroku provedeme pozpátku.

Celkově prohodí **jiné dvě kostky**: (ULF) a (URF).

- Prohodíme (URF) a (URB); například $B'D'D'BD'R'DRD^2RD'R'$.
- Otočíme horní vrstvu ve směru U .
- Postup z prvního kroku pozpátku $RDR'D^2R'D'RDB'DB + U'$.

Otočení hranové kostky



Otočení hranové kostky



Pozor: opět nelze otočit **jen jednu** hranovou kostku.
Vždy alespoň dvě(!).

Chceme například prohodit (UF) a (UR).

- otočíme (UF); například $RL'F^2R'LDRL'F'R'L$,

Otočení hranové kostky



Pozor: opět nelze otočit **jen jednu** hranovou kostku.
Vždy alespoň dvě (!!).

Chceme například prohodit (UF) a (UR).

- otočíme (UF); například $RL'F^2R'LDRL'F'R'L$,
- otočím horní vrstvu ve směru U (otočí se ještě UR)),

Otočení hranové kostky



Pozor: opět nelze otočit **jen jednu** hranovou kostku.
Vždy alespoň dvě (!!).

Chceme například prohodit (UF) a (UR).

- otočíme (UF); například $RL'F^2R'LDRL'F'R'L$,
- otočím horní vrstvu ve směru U (otočí se ještě UR)),
- postup z prvního kroku pozpátku $L'RF LR'D'L'RF^2LR'U'$.

Prohození dvou hranových kostek



Prohození dvou hranových kostek



Zkuste sami.





Děkuji za pozornost.