Od základů pravděpodobnosti po "přesnost" screeningových testů

Martina Litschmannová

ŠKOMAM, 5. 2. 2021

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY | KATEDRA APLIKOVANÉ MATEMATIKY

Čím se zabývá teorie pravděpodobnosti?

Teorie pravděpodobnosti

- je matematická disciplína popisující zákonitosti týkající se náhodných jevů,
tj. jevů, které (přinejmenším z hlediska pozorovatele) mohou a nemusí nastat.

- hledá pravděpodobnosti určitých výsledků (náhodných jevů), známe-li základní soubor (populaci).

Základní pojmy

Pokus – děj, který probíhá, resp. nastává opakovaně
za určitých, stejně nastavených, počátečních podmínek.

Deterministické pokusy

Za určitých počátečních podmínek
se dostaví vždy stejný výsledek.

X

Náhodné pokusy

Pro určité počáteční podmínky
existuje množina možných výsledků,
přičemž jeden z nich nastane.

Základní pojmy

- **Náhodný pokus** – konečný děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá

- **Náhodný jev** – tvrzení o výsledku náhodného pokusu, o jehož pravdivosti můžeme po ukončení pokusu rozhodnout
  – obvykle značíme $A, B, X, Y, \dots$

- **Elementární jev $\boldsymbol{\omega}$** – jednotlivý výsledek náhodného pokusu
  – nelze jej vyjádřit jako sjednocení dvou různých jevů

- **Základní prostor $\boldsymbol{\Omega}$** – množina všech elementárních jevů

Základní pojmy

- **Náhodný pokus** – konečný děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá

- **Náhodný jev** – tvrzení o výsledku náhodného pokusu, o jehož pravdivosti můžeme po ukončení pokusu rozhodnout
  – obvykle značíme $A, B, X, Y, \dots$

jev A: padne dvojka

jev B: padne sudé číslo

jev C: padne číslo větší než 3

$\vdots$

hod kostkou
náhodný pokus

náhodné jevy

Základní pojmy

- **Náhodný pokus** – konečný děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá
- **Elementární jev $\boldsymbol{\omega}$** – jednotlivý výsledek náhodného pokusu
  – nelze jej vyjádřit jako sjednocení dvou různých jevů
- **Základní prostor $\boldsymbol{\Omega}$** – množina všech elementárních jevů

hod kostkou
náhodný pokus

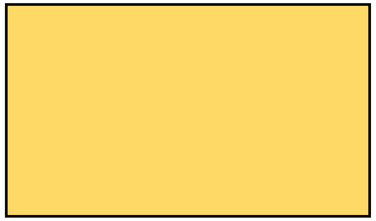
základní prostor:

$\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \omega_4; \omega_5; \omega_6\}$,

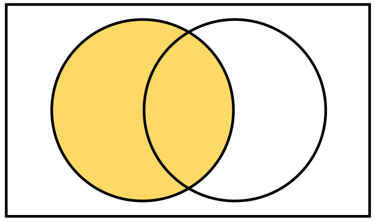
kde:

$$\left.\begin{array}{l} \omega_1\text{: Padne jednička.} \\ \omega_2\text{: Padne dvojka.} \\ \vdots \\ \omega_6\text{: Padne šestka.} \end{array}\right\} \text{elementární jevy}$$

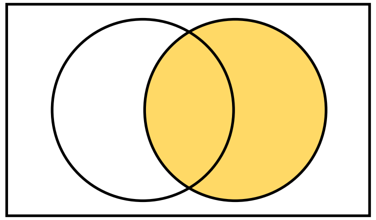
Vybrané vztahy mezi jevy



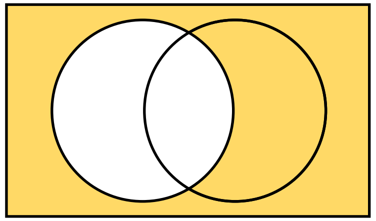
základní prostor Ω



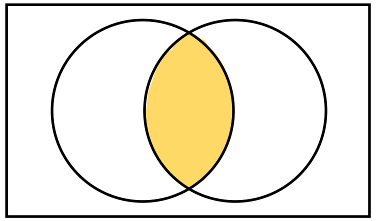
náhodný jev A



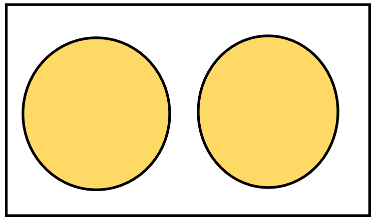
náhodný jev B



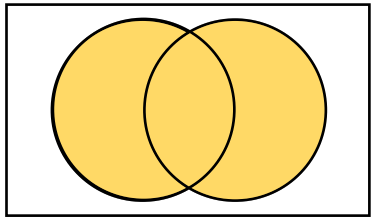
doplněk jevu A
$\bar{A}$



průnik jevů A a B
$A \cap B$



disjunktní jevy
(neslučitelné jevy)



sjednocení jevů A a B
$A \cup B$

Co je to pravděpodobnost?

Číselné vyjádření šance,

že při náhodném pokusu daný jev nastane.

Jak pravděpodobnost definovat?

Počátky teorie pravděpodobnosti – 17. století

Jak rozdělit spravedlivě bank mezi hráče, byla-li série hazardních her ukončena předčasně?

Blaise Pascal (1623 – 1662)

Pierre de Fermat (1601 – 1665)

Počátky teorie pravděpodobnosti – 19. století

„Je pozoruhodné, že věda,

jenž se započala uvažováním

o hazardních hrách, by se měla stát

nejvýznamnějším objektem lidského vědění.”

Pierre Simon de Laplace, začátek 19. století

Klasická definice pravděpodobnosti – Pierre S. Laplace, 1812

- Založena na předpokladu, že náhodný pokus může mít n různých, avšak rovnocenných výsledků.

- Nechť Ω je množina $\boldsymbol{n}$ rovnocenných elementárních jevů.
  Pravděpodobnost jevu A, jenž je složen z $\boldsymbol{m}$ těchto elementárních jevů je:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Mějme „férovou“ hrací kostku. Jaká je pravděpodobnost, že padne „6“?

Označme: A … padne „6“, pak $P(A) = \frac{1}{6}$.

Statistická definice pravděpodobnosti – Richard von Mise, 1812

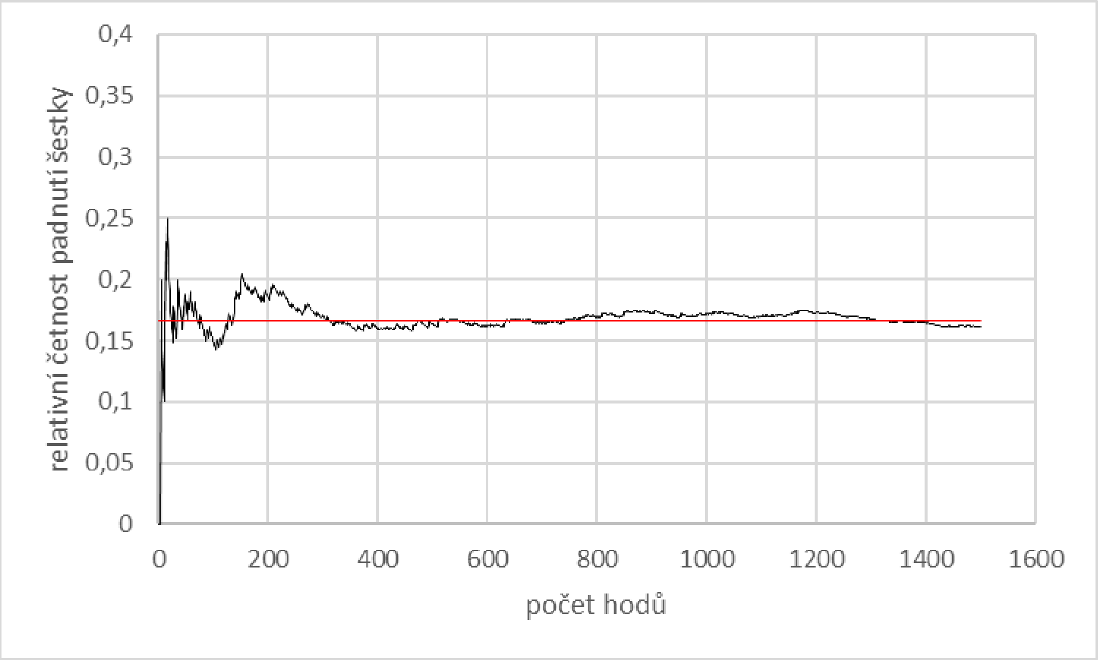
$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n(A)}{n}$$

Počet realizací pokusu **příznivých** jevu A

Počet **všech** realizací pokusu

Jaká je pravděpodobnost padnutí „6“ na hrací kostce, nevíme-li, zda je tato kostka „férová“?

Statistická definice pravděpodobnosti – Richard von Mise, 1812



Na testované kostce odhadujeme (po 1 500 hodech) pravděpodobnost padnutí šestky na 0,161.

Jaká je pravděpodobnost padnutí „6“ na hrací kostce, nevíme-li, zda je tato kostka „férová“?

Geometrická pravděpodobnost

Zobecnění klasické pravděpodobnosti pro případ,
kdy počet všech možných výsledků náhodného pokusu je nespočetný.

V rovině (případně na přímce nebo v prostoru) je dána určitá oblast Ω a v ní další uzavřená oblast A. Pravděpodobnost jevu A, který spočívá v tom, že náhodně zvolený bod v oblasti Ω leží i v oblasti A je

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

Jaká je pravděpodobnost, že meteorit dopadl na pevninu?

Geometrická pravděpodobnost

- celková rozloha Země: 510 066 000 km^2
- celková rozloha pevniny: 148 647 000 km^2

- A… meteorit dopadl na pevninu
- $P(A) = \frac{148\,647\,000}{510\,066\,000} \cong 0{,}291$

- Pravděpodobnost, že meteorit dopadl na pevninu je cca 29,1 %.

Jaká je pravděpodobnost, že meteorit dopadl na pevninu?

Kolmogorovův axiomatický systém – Alexandr N. Kolmogorov, 1933

- Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

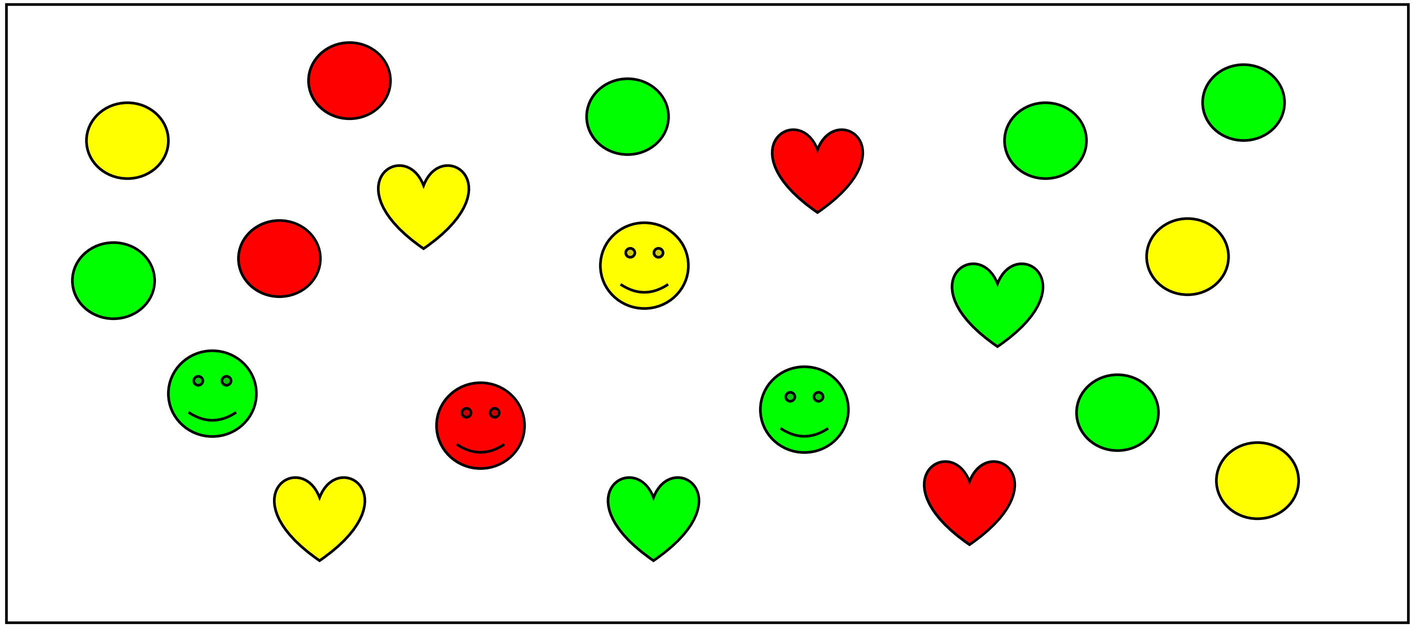
1. Každému jevu A je přiřazena nezáporná pravděpodobnost $P(A)$.
2. Pravděpodobnost jevu jistého je rovna 1.
3. Pravděpodobnost, že nastane některý z navzájem se vylučujících jevů, je rovna součtu jejich pravděpodobností. (A to pro každých spočetně mnoho jevů.)

Důsledek:

základní prostor: $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_n\}$

$P(\Omega) = P(\omega_1) + P(\omega_2) + \cdots + P(\omega_n) = 1$

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.

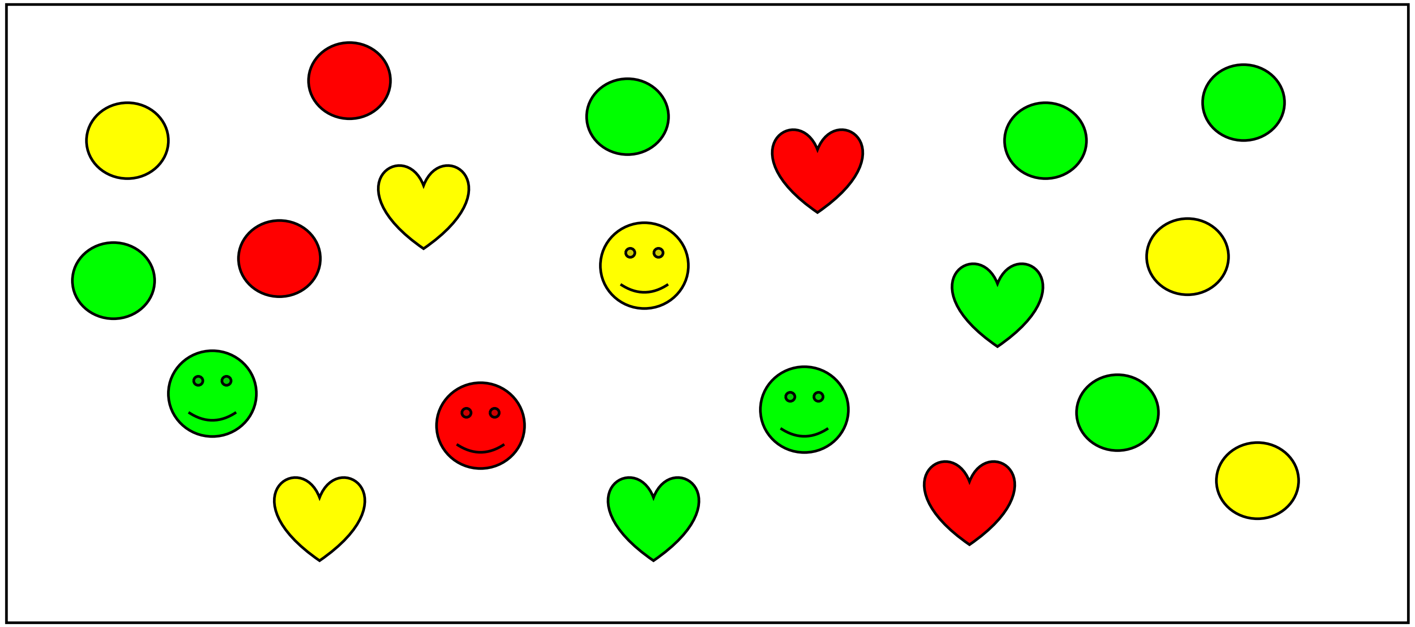


Označme:

C … náhodně vybraný útvar je červený

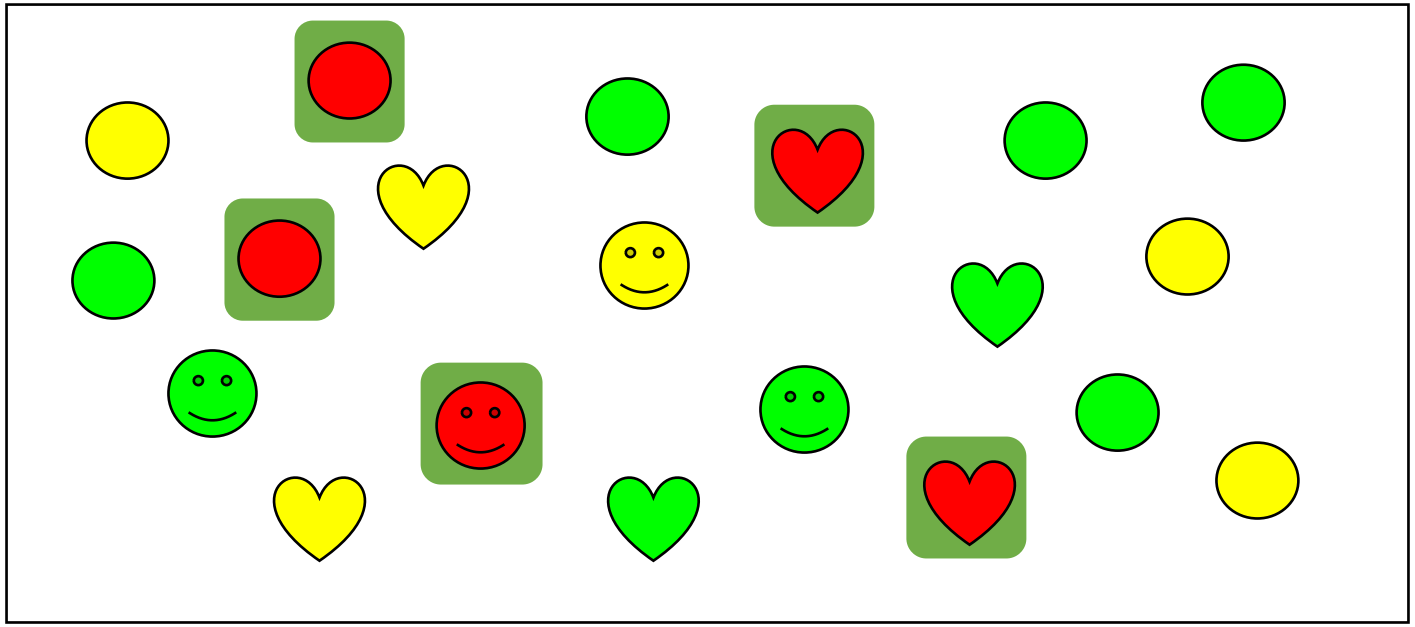
♥… náhodně vybraný útvar je srdíčko

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



a) Určete $P(C)$.

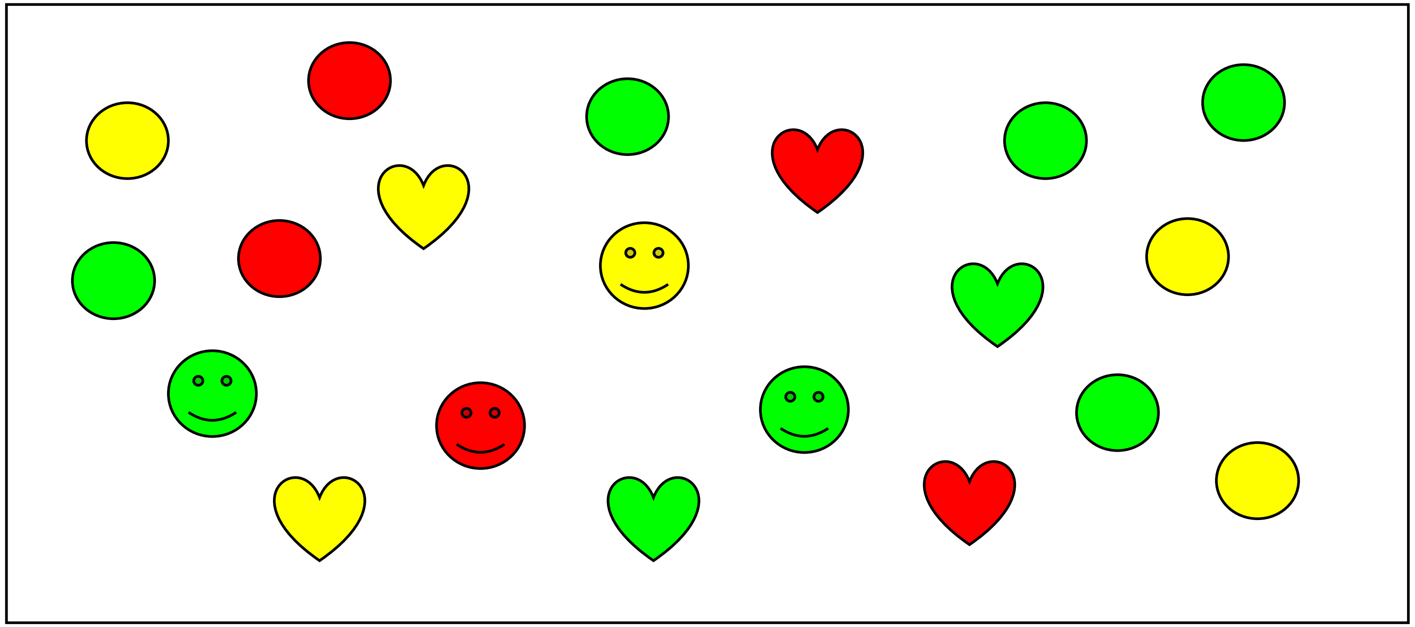
1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



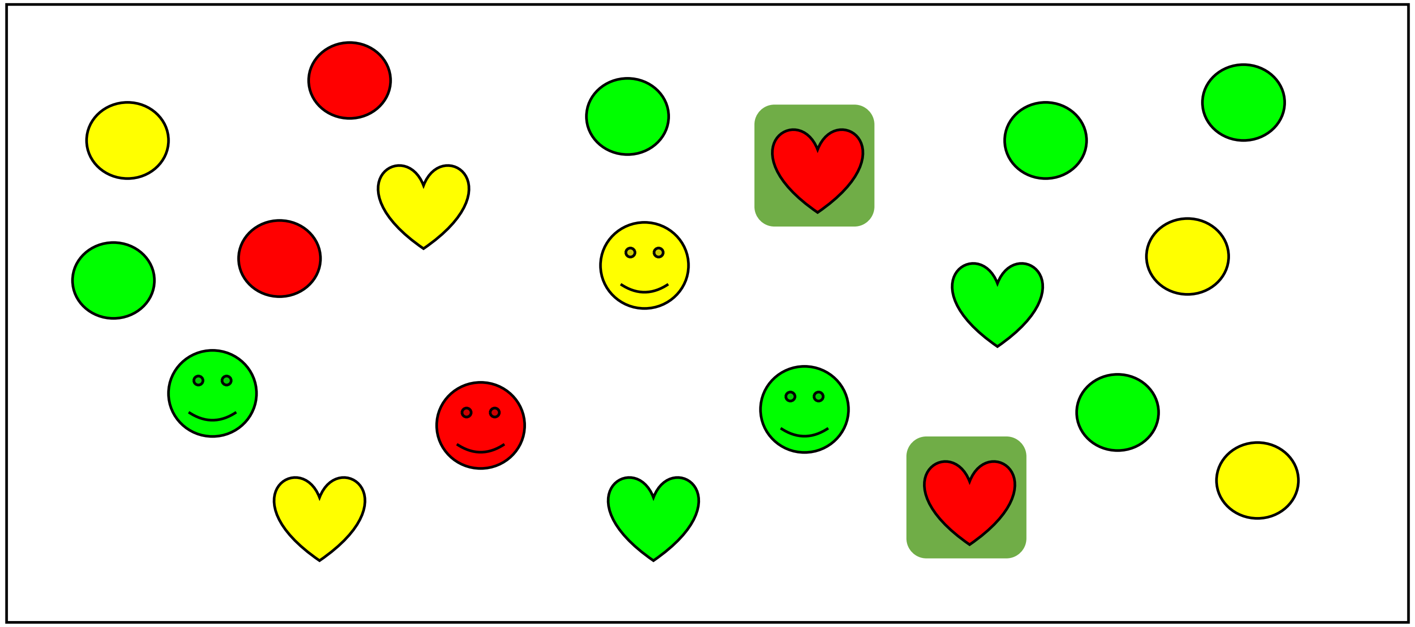
a) Určete $P(C)$.

$$P(C) = \frac{n_C}{n} = \frac{5}{20} = 0{,}25$$

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



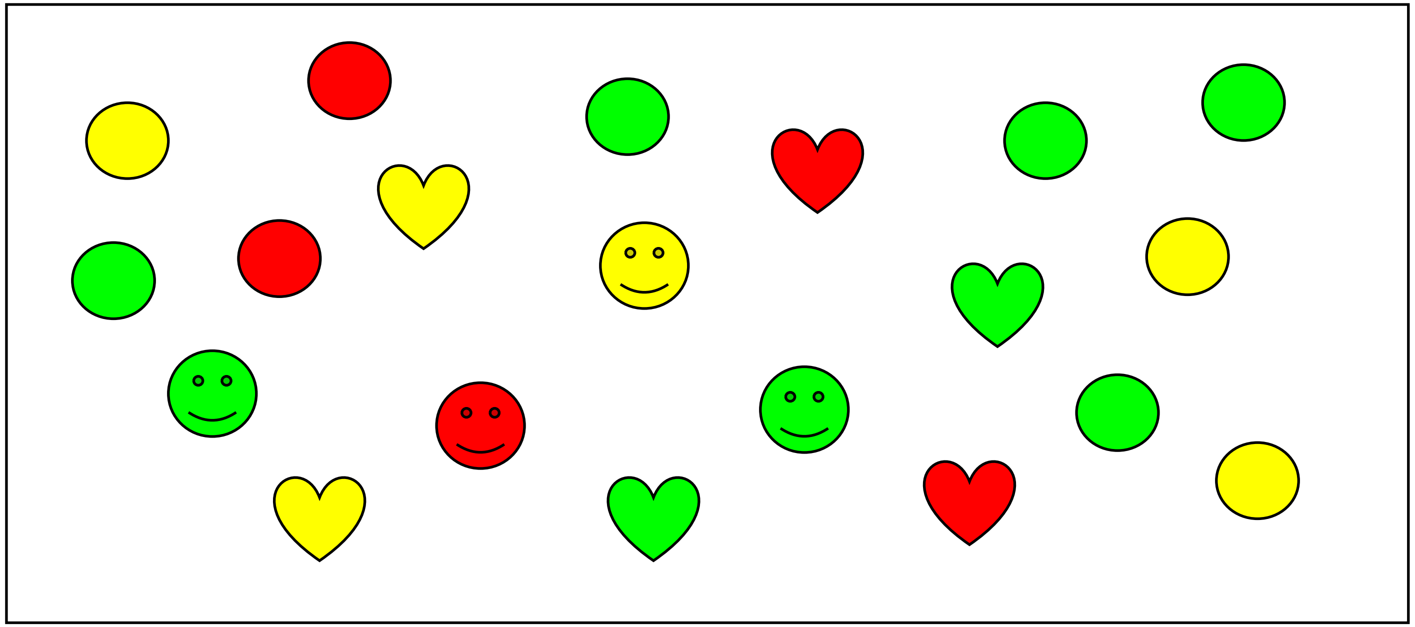
b) Určete $P(C \cap ♥)$.



b) Určete $P(C \cap ♥)$.

$$P(C \cap ♥) = \frac{2}{20} = 0{,}10$$

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



c) Určete $P(C|$ ❤ $)$.

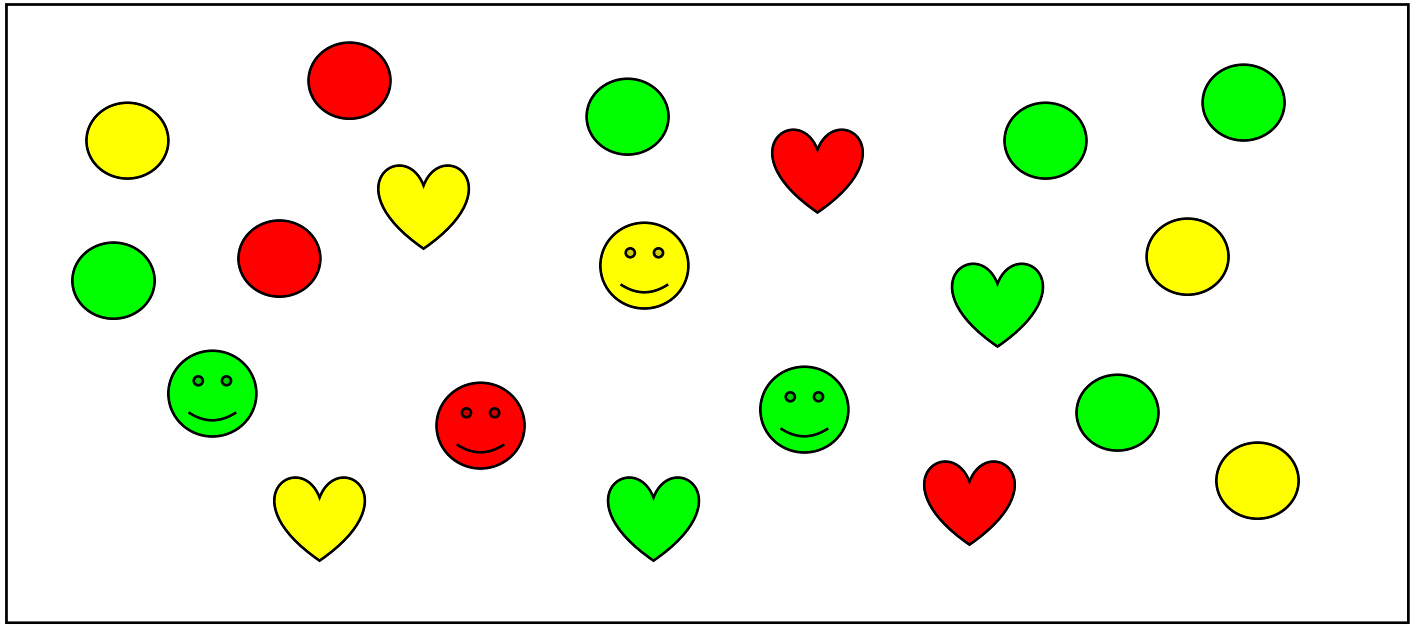
Podmíněná pravděpodobnost

tj. pravděpodobnost jevu, za předpokladu, že nastal určitý jiný jev.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},\ P(B) \neq 0$$

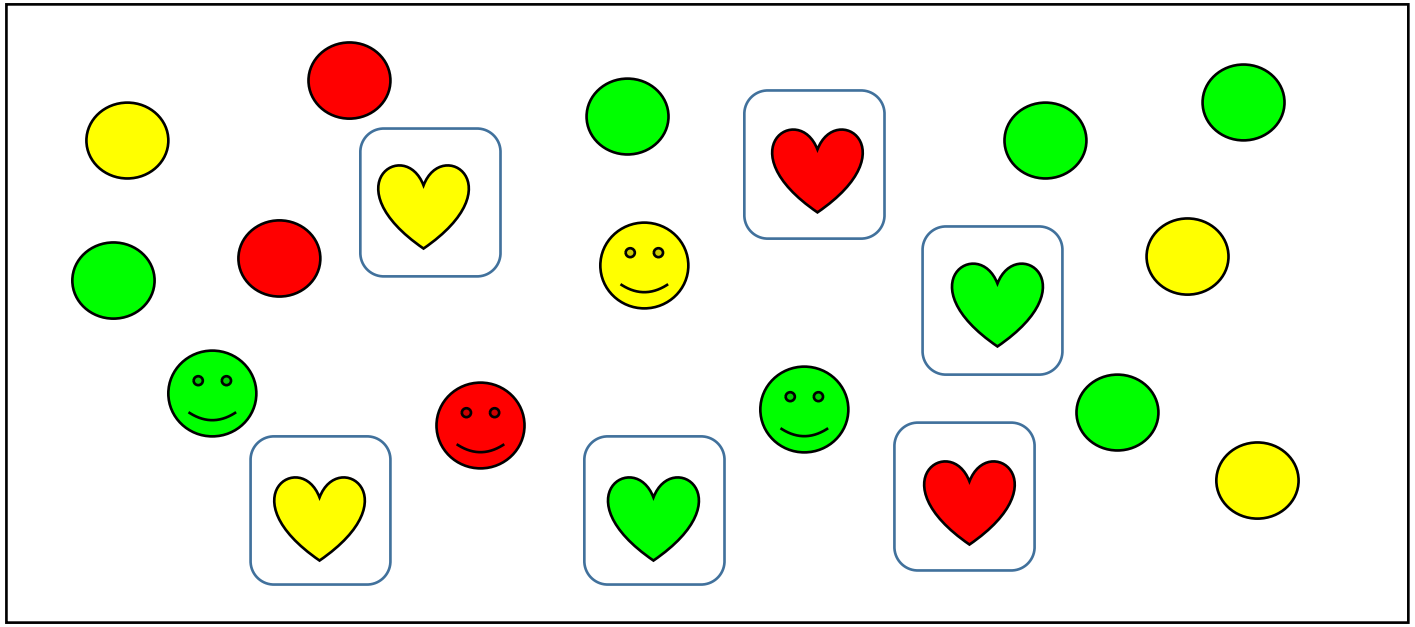
$P(A|B)$ čti „pravděpodobnost jevu A za předpokladu, že nastal jev B“

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.

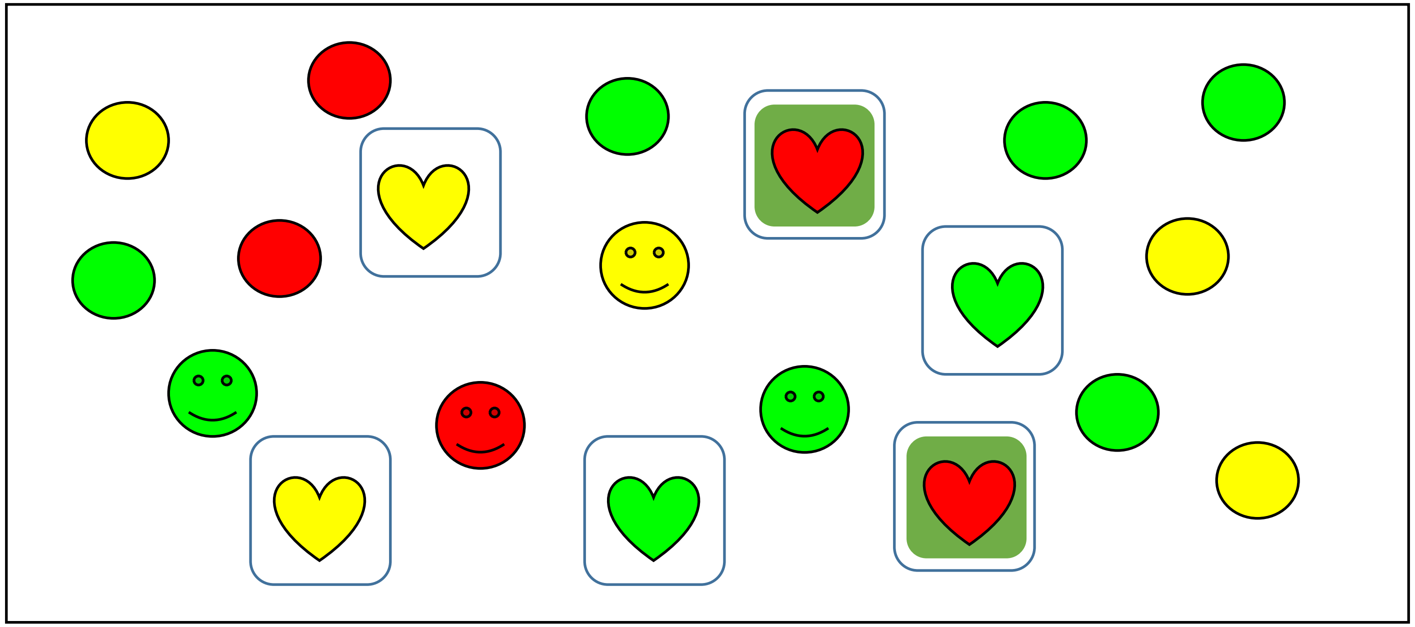


c) Určete $P(C|♥)$.

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



c) Určete $P(C|\heartsuit)$.



c) Určete $P(C|\heartsuit)$.

$$P(C|\heartsuit) = \frac{n_{C\cap\heartsuit}}{n_{\heartsuit}} = \frac{\frac{n_{C\cap\heartsuit}}{n}}{\frac{n_{\heartsuit}}{n}} = \frac{P(C\cap\heartsuit)}{P(\heartsuit)} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{6}}$$

Podmíněná pravděpodobnost

tj. pravděpodobnost jevu, za předpokladu, že nastal určitý jiný jev.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},\ P(B) \neq 0$$

$P(A|B)$ čti „pravděpodobnost jevu A za předpokladu, že nastal jev B“

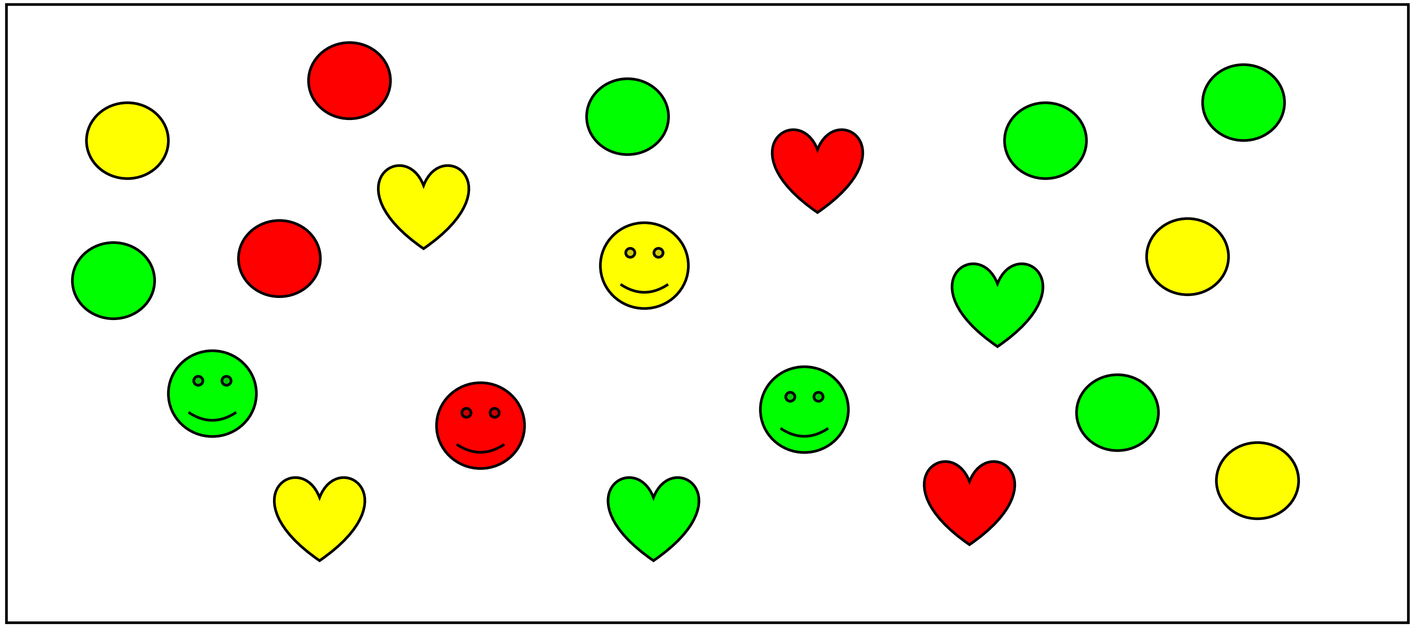
Jevy A a B jsou nezávislé,

jestliže pravděpodobnost jednoho jevu nezávisí na nastoupení jevu druhého, tedy:

$P(A) = P(A|B)$ a současně $P(B) = P(B|A)$.

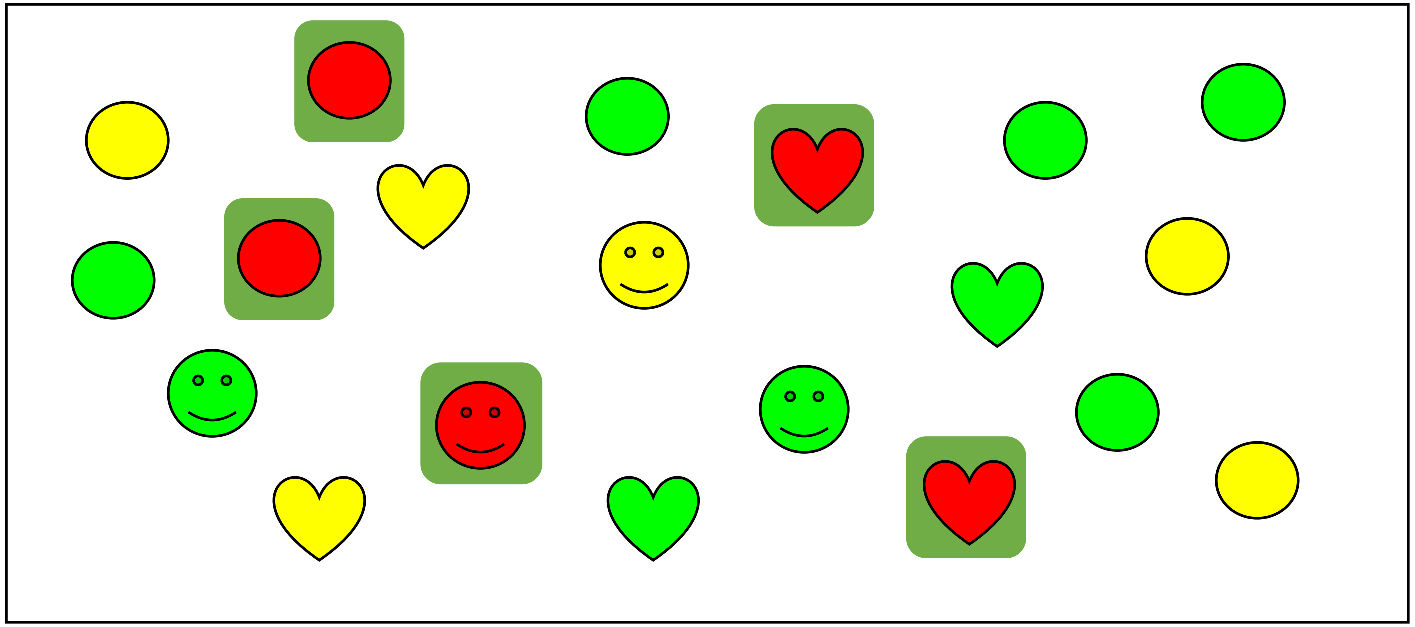
V opačném případě říkáme, že jevy A a B jsou závislé.

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



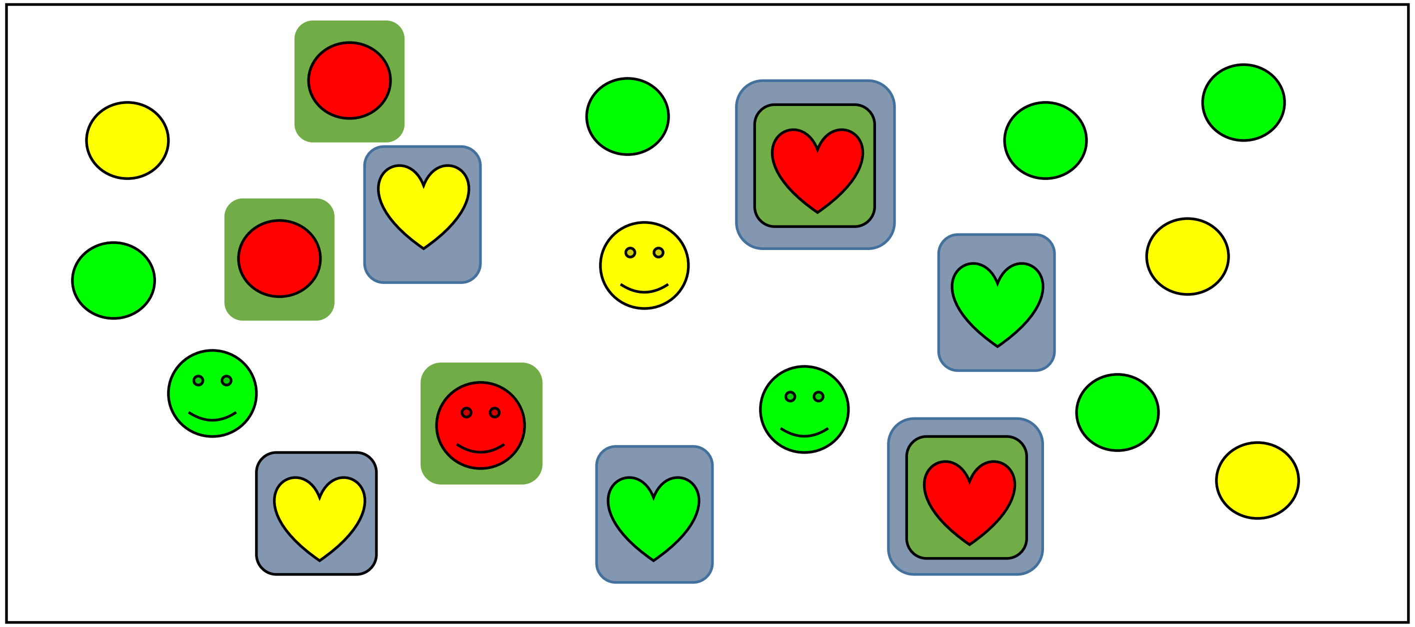
d) Určete $P(C \cup ♥)$.

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



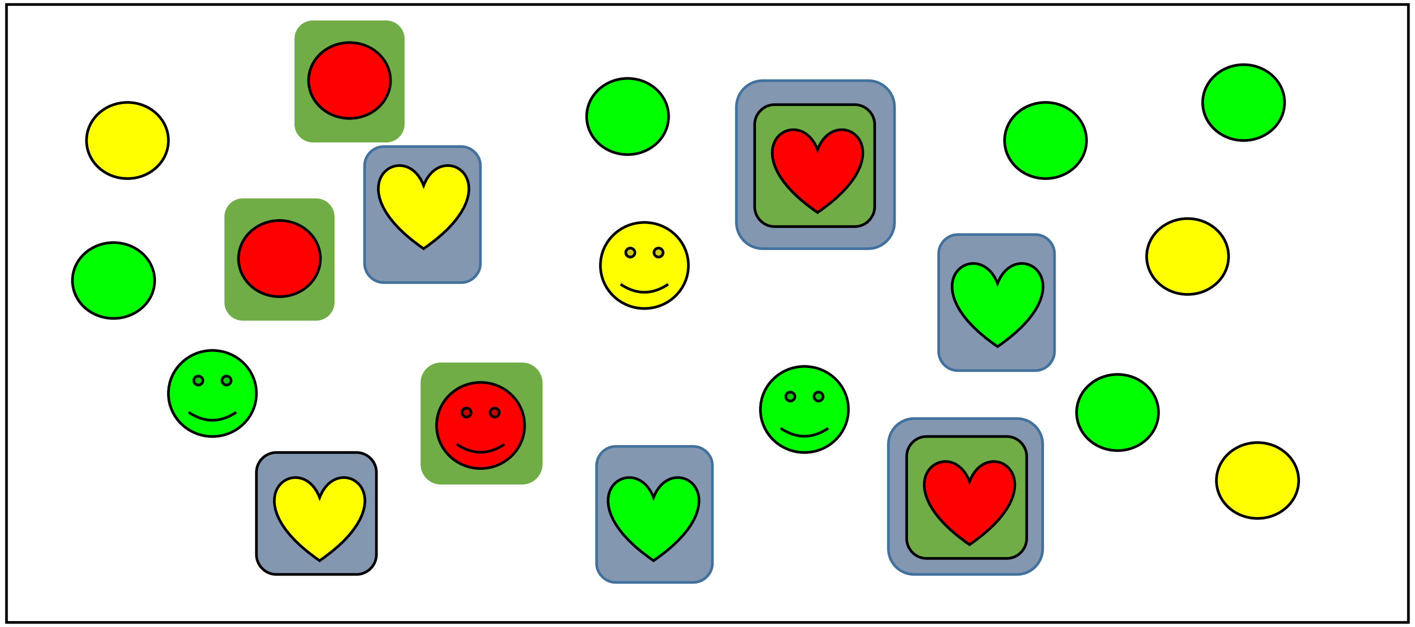
d) Určete $P(C \cup ♥)$.

1. V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



d) Určete $P(C \cup \heartsuit)$.

$$P(C \cup \heartsuit) = \frac{5+6-2}{20} = \frac{9}{20}$$



d) Určete $P(C \cup ♥)$.

$$P(C \cup ♥) = \frac{n_C + n_{♥} - n_{C \cap ♥}}{n} = P(C) + P(♥) - P(C \cap ♥)$$

Vybrané vlastnosti pravděpodobnosti

Nechť množina Ω obsahuje n elementárních jevů, nechť P je pravděpodobnost na této množině, A a B jevy. Potom platí :

1. $0 \leq P(A) \leq 1$

2. $P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0$

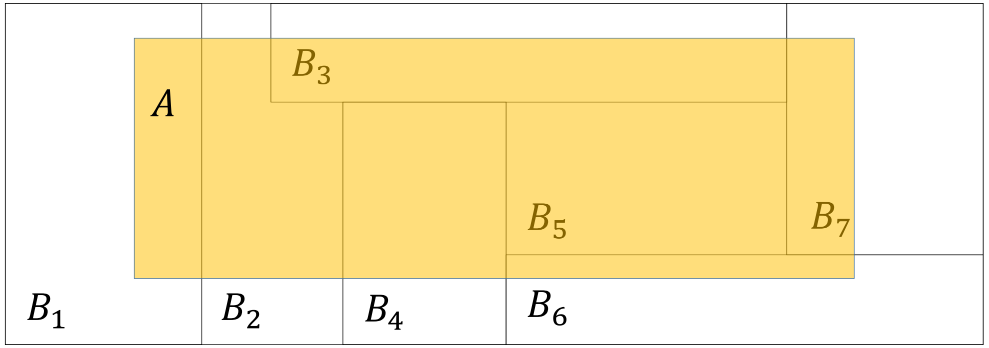
3. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - A, B … **disjunktní jevy** $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

5. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - A, B … **nezávislé jevy** $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

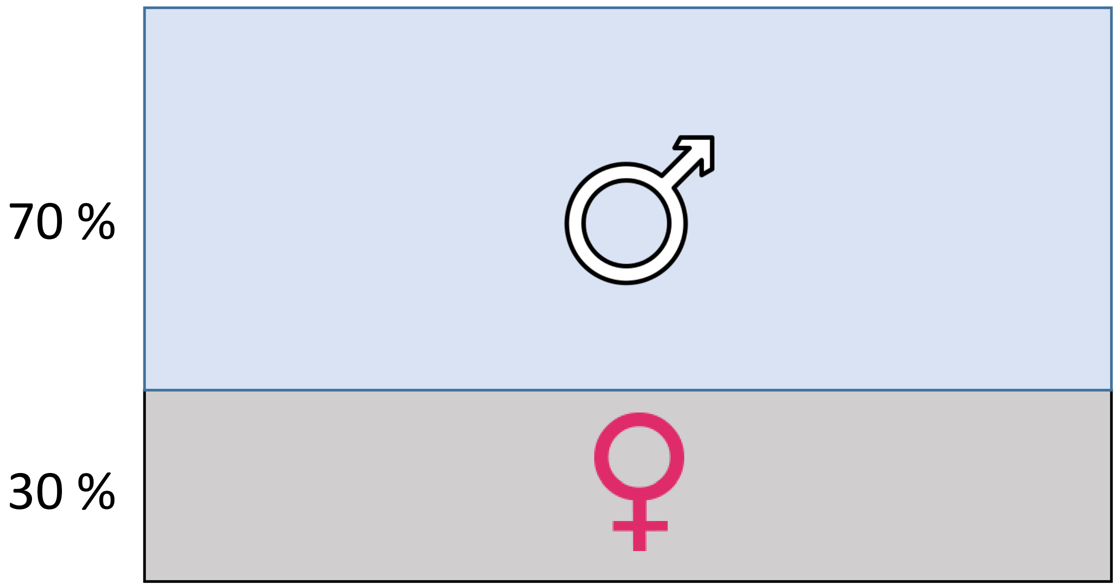
Variace na dané téma

Věta o úplné pravděpodobnosti

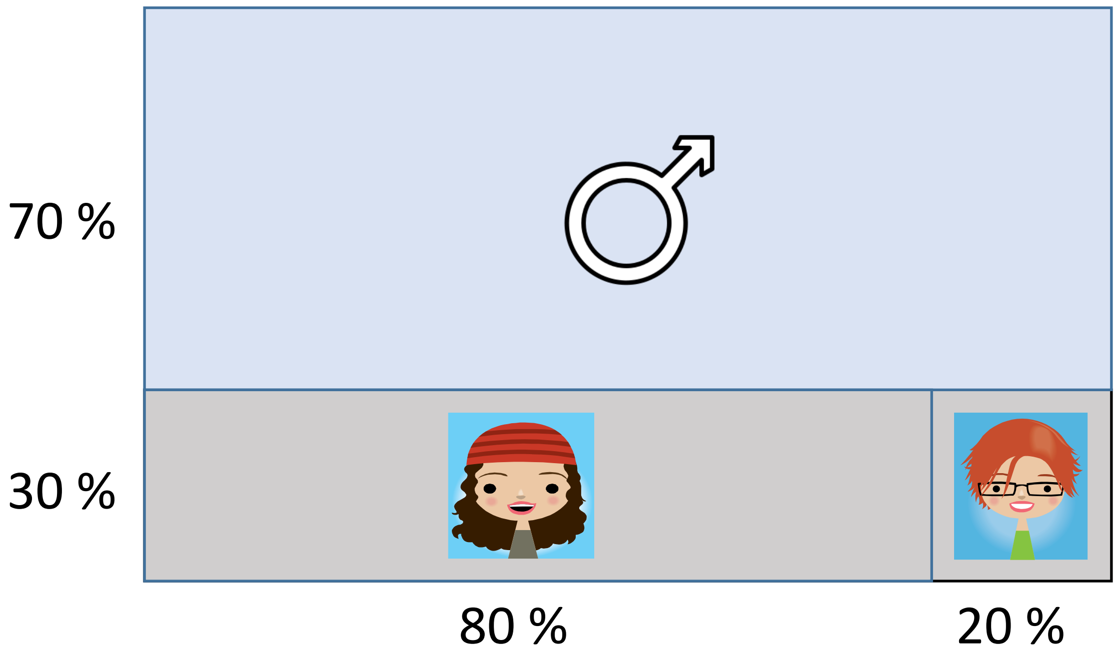


$$P(A) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n}(A \cap B_i)\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

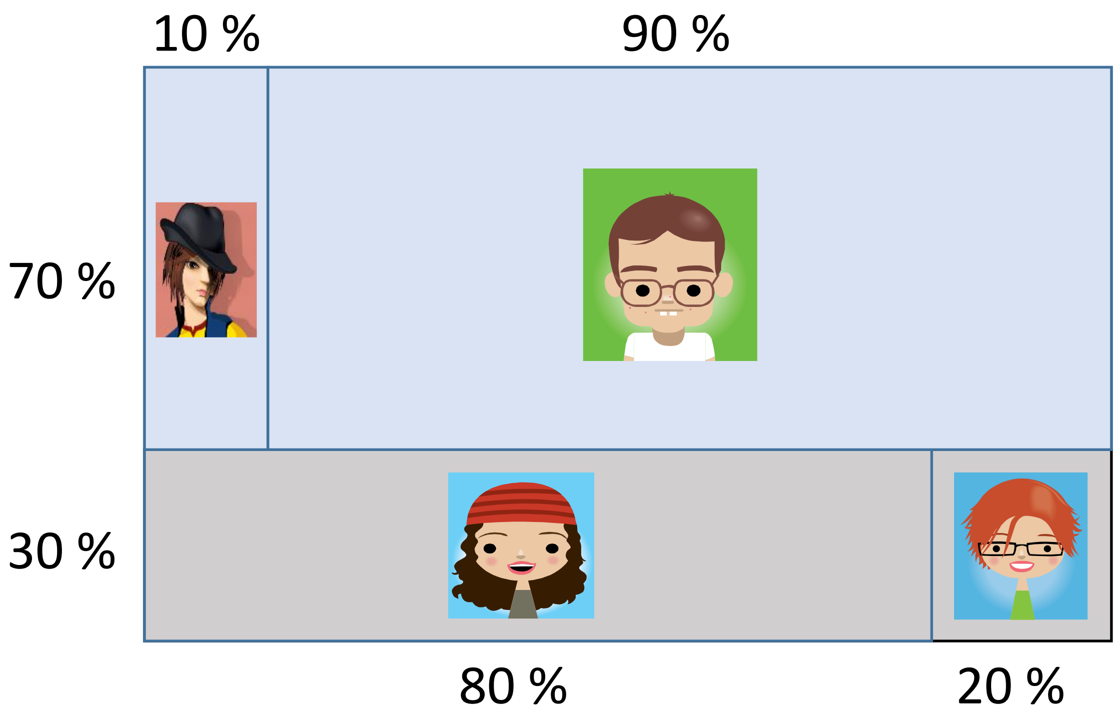
3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?



3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?



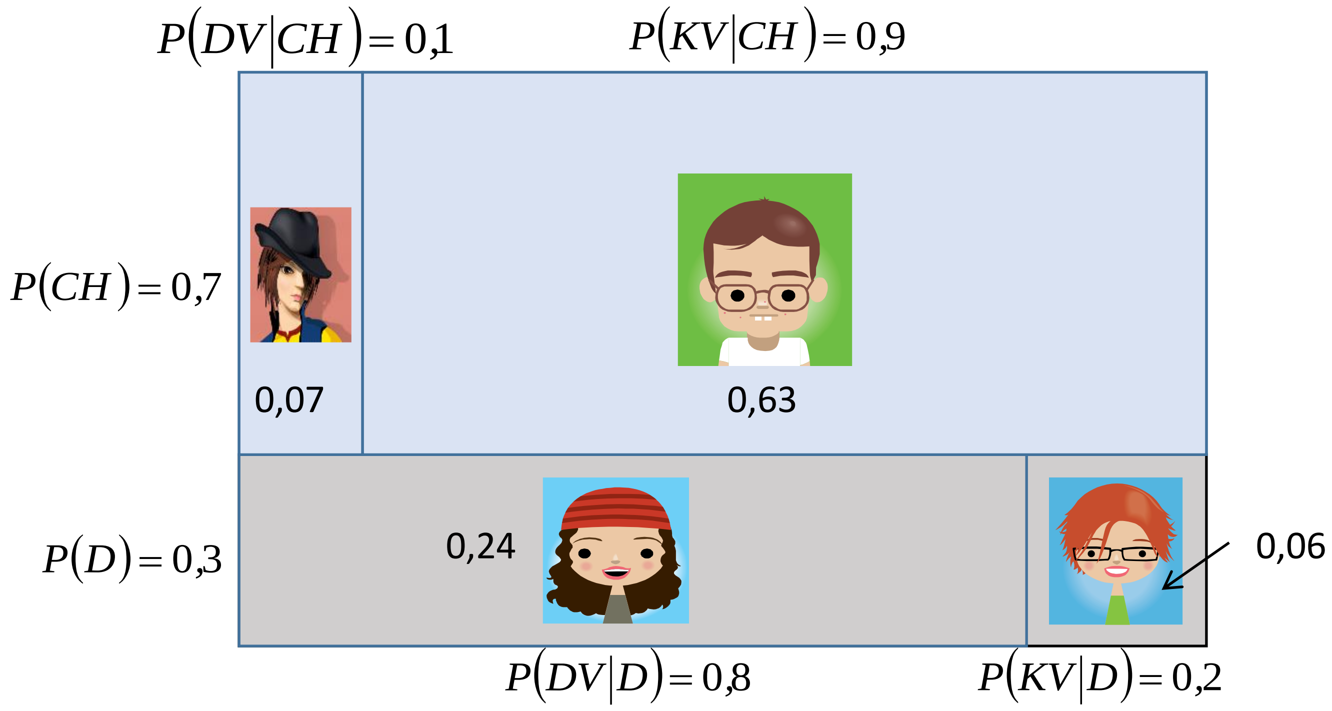
3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?



3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?

$$P(DV) = P(DV \cap D) + P(DV \cap CH) = P(DV|D) \cdot P(D) + P(DV|CH) \cdot P(CH)$$

$$\boldsymbol{P(DV)} = 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}7 = \mathbf{0{,}31}$$

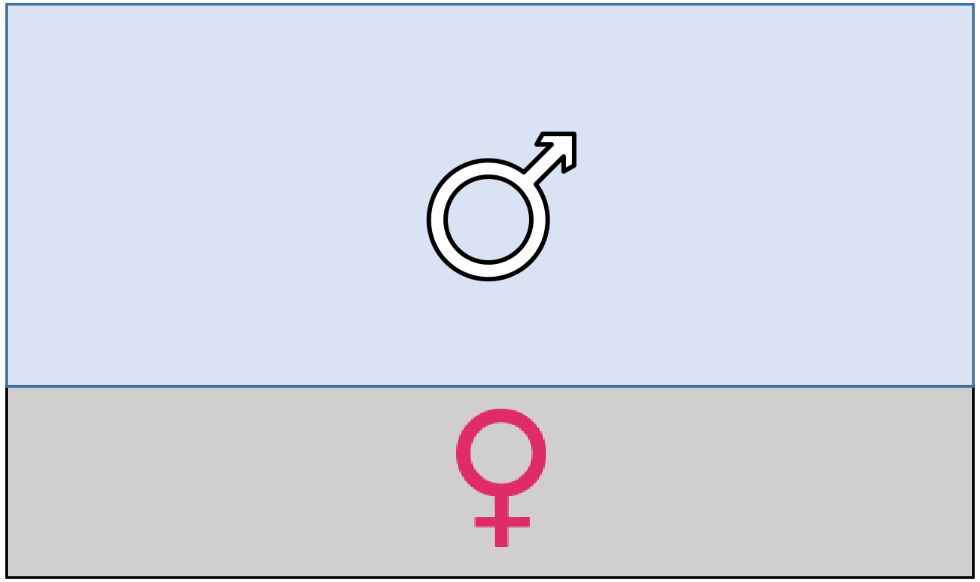


3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?

Představme si reálnou třídu (100 studentů), která splňuje dané podmínky…

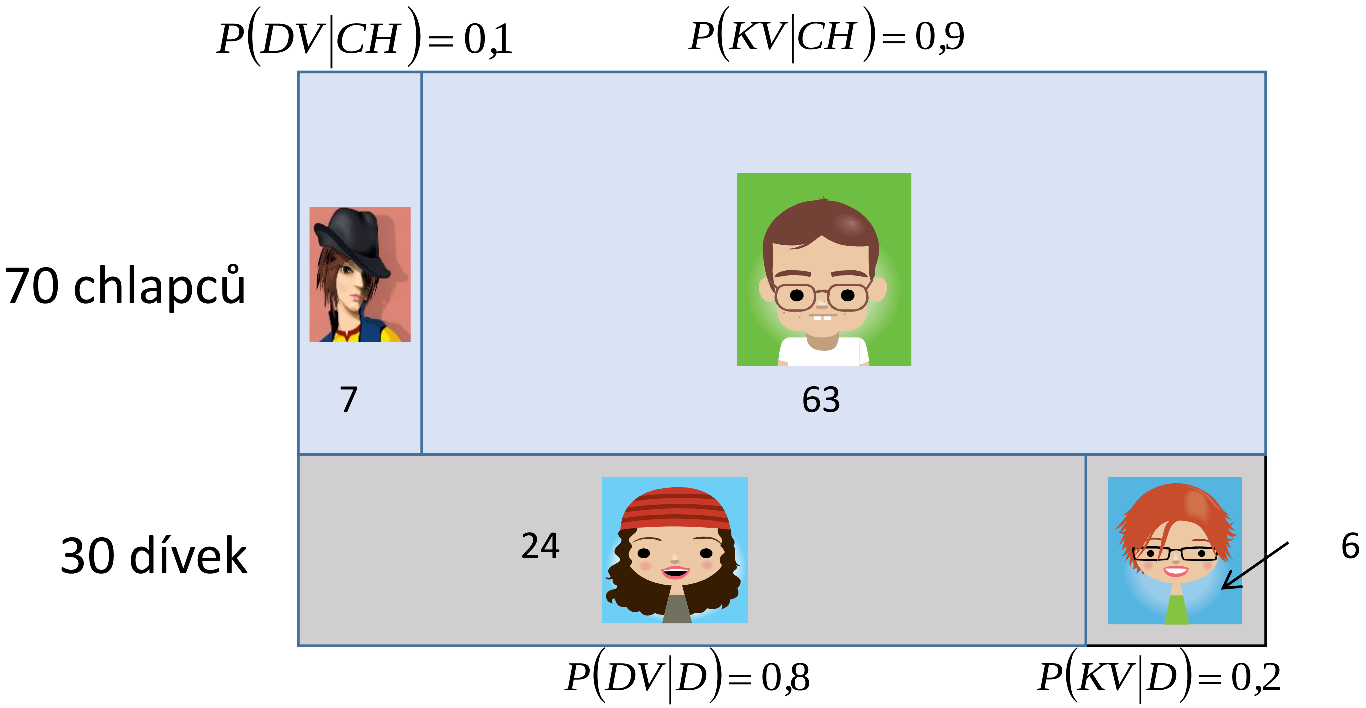
70 chlapců

30 dívek



3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?

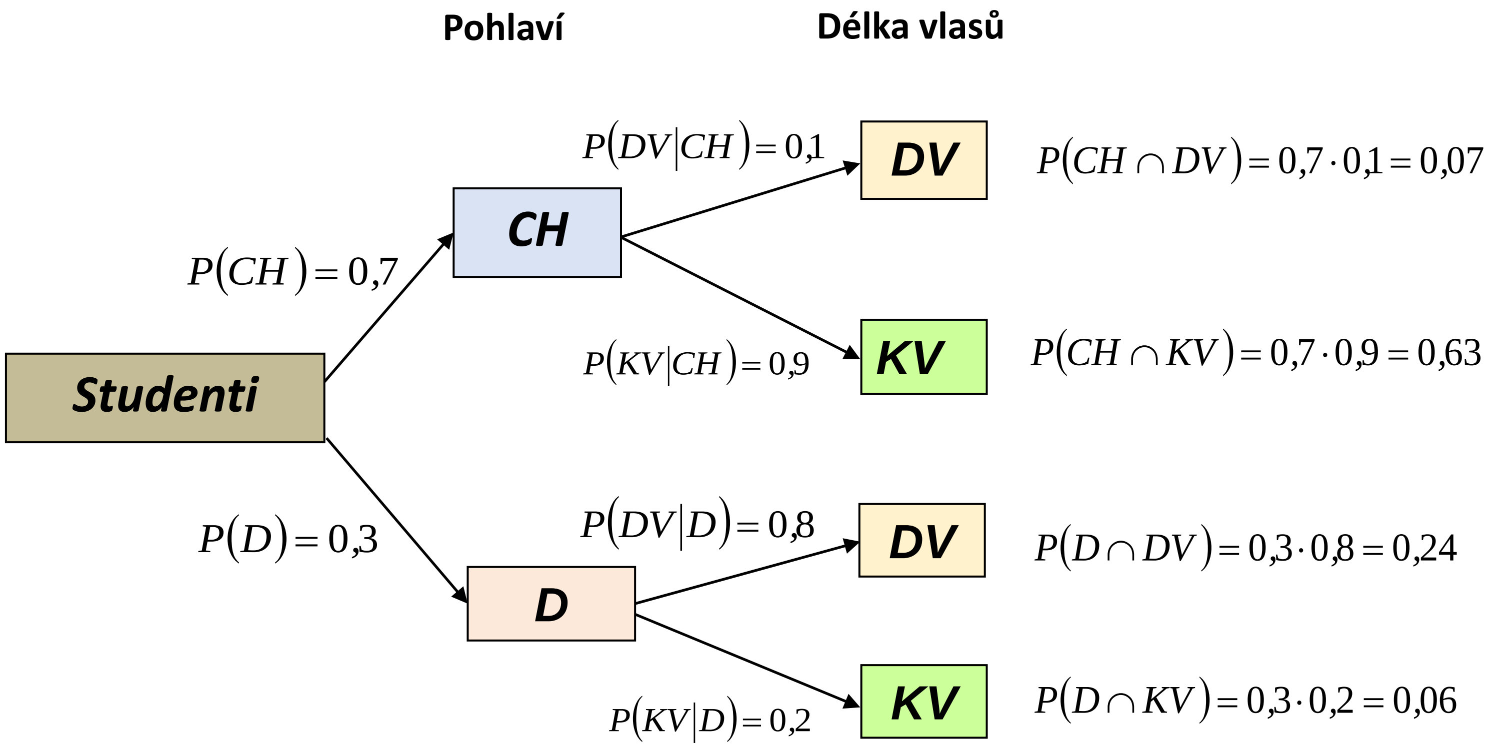
$$P(DV) = \frac{24+7}{100} = \mathbf{0,31} = \frac{24}{100} + \frac{7}{100} = P(DV \cap D) + P(DV \cap CH) = P(DV|D) \cdot P(D) + P(DV|CH) \cdot P(CH)$$



Rozhodovací strom

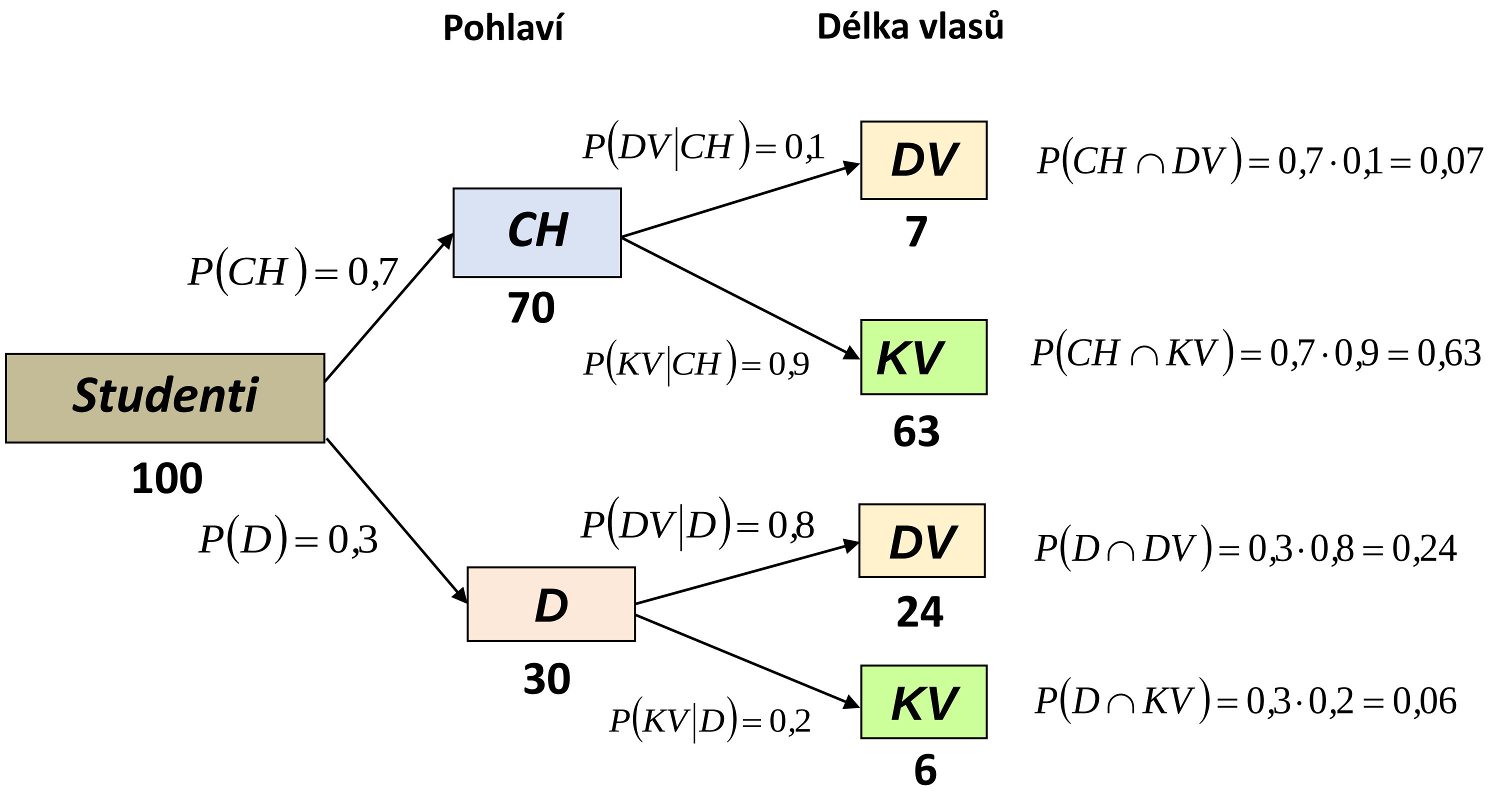
$$P(DV) = P(DV \cap D) + P(DV \cap CH) = P(DV|D) \cdot P(D) + P(DV|CH) \cdot P(CH)$$

$$\boldsymbol{P(DV)} = 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}7 = \mathbf{0,31}$$



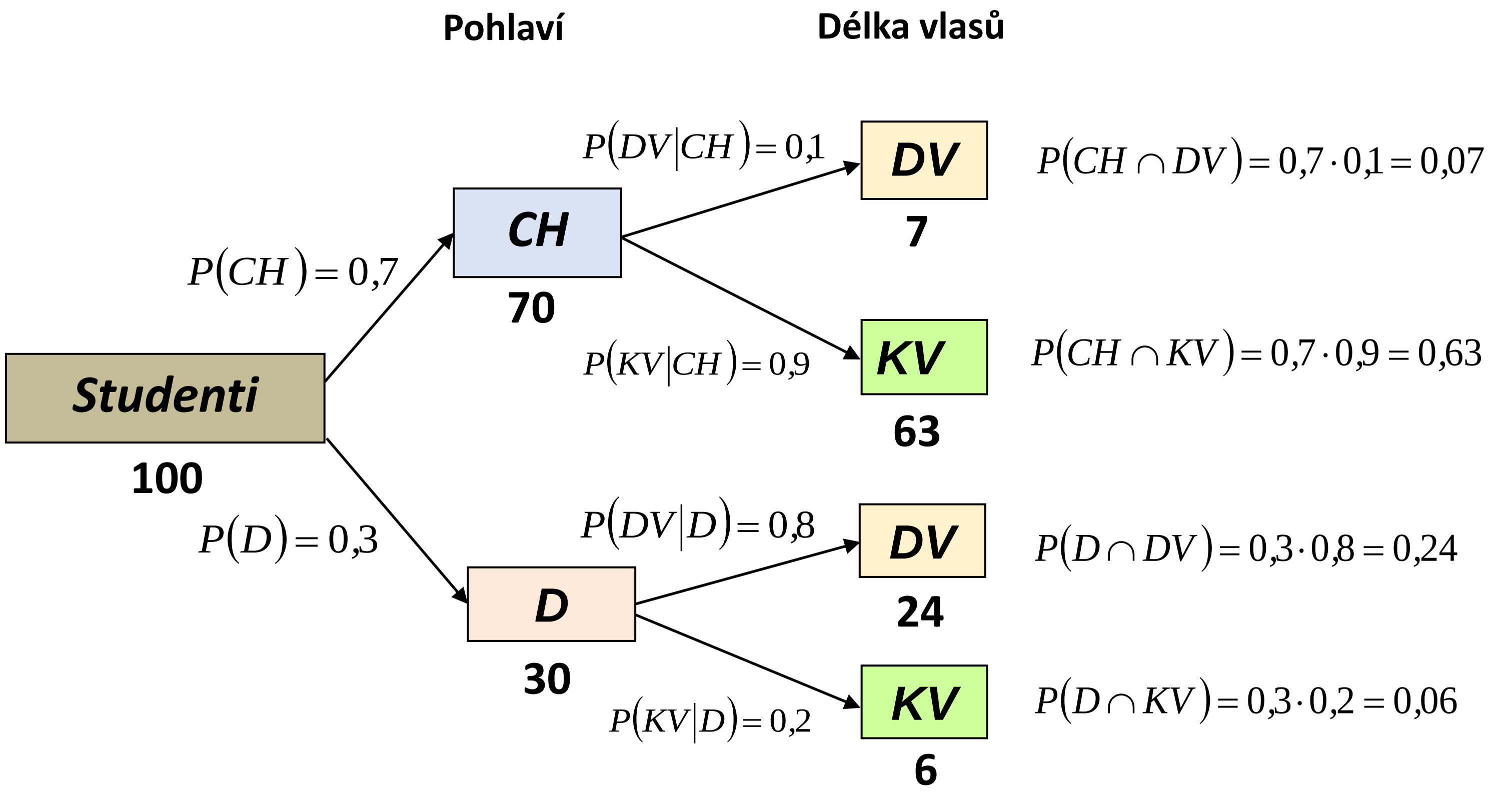
Rozhodovací strom

Představme si reálnou třídu (100 studentů), která splňuje dané podmínky…

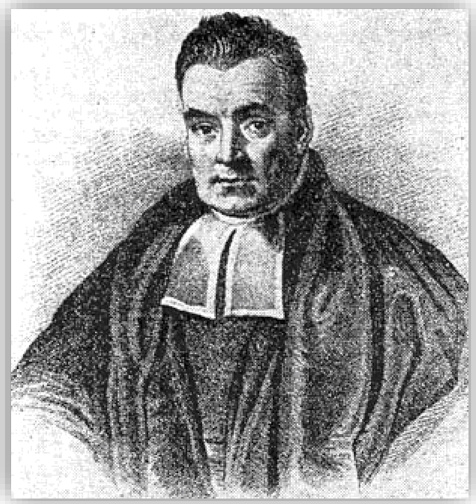


Rozhodovací strom

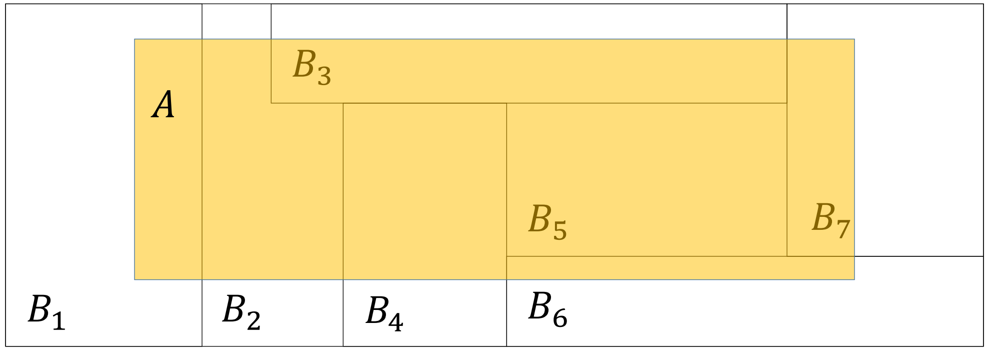
$$P(DV) = \frac{24+7}{100} = \mathbf{0,31} = \frac{24}{100} + \frac{7}{100} = P(DV \cap D) + P(DV \cap CH) = P(DV|D) \cdot P(D) + P(DV|CH) \cdot P(CH)$$



Bayesův teorém



Thomas Bayes
(1702 – 1761)



$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_k \cap A)}{P\left(\cup_{i=1}^{n}(A \cap B_i)\right)} = \frac{P(A|B_k)P(B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)}$$

4. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?

a)

Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student je chlapec?

70 %

Apriorní pravděpodobnost

b)

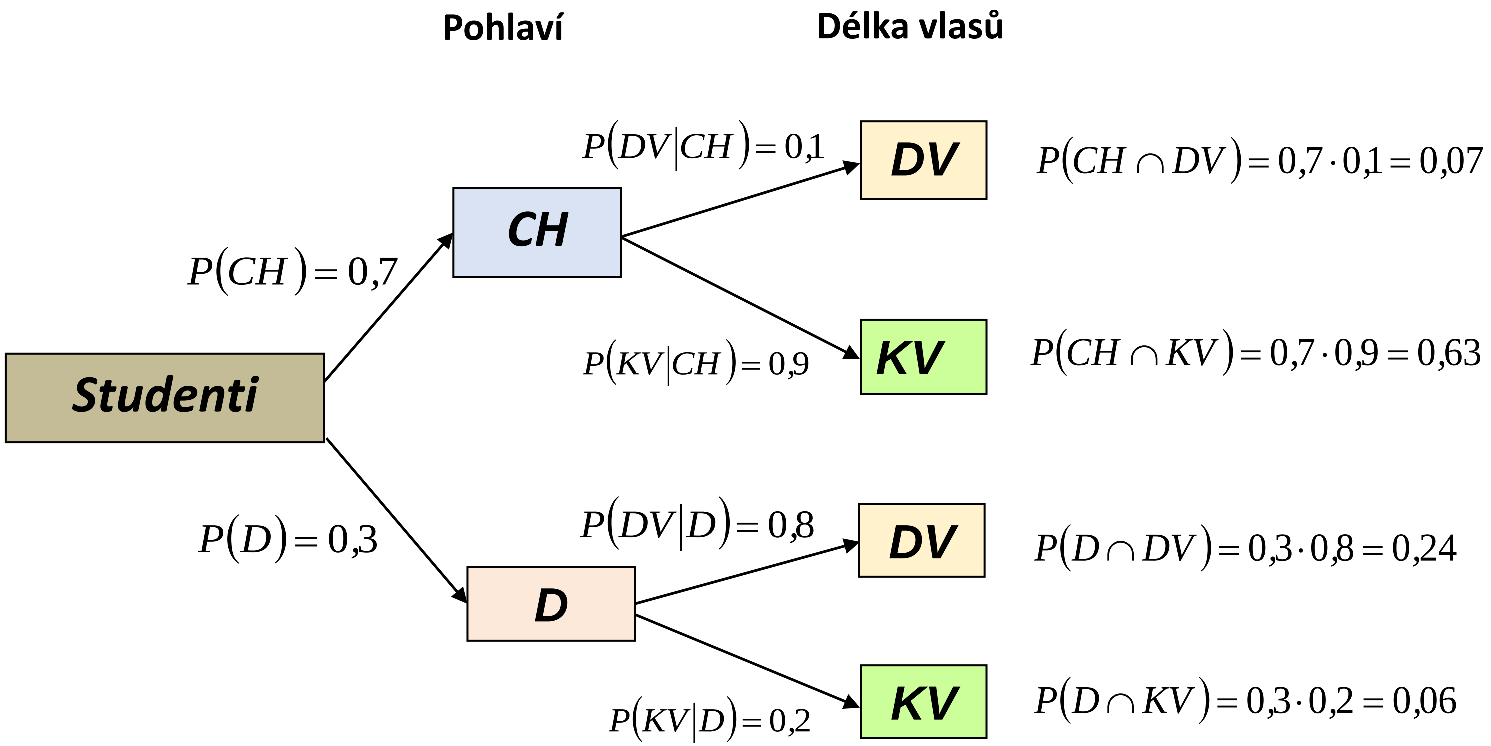
Náhodně vybraný student má dlouhé vlasy.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student je chlapec?

$$P(CH|DV) = ?$$

Aposteriorní pravděpodobnost

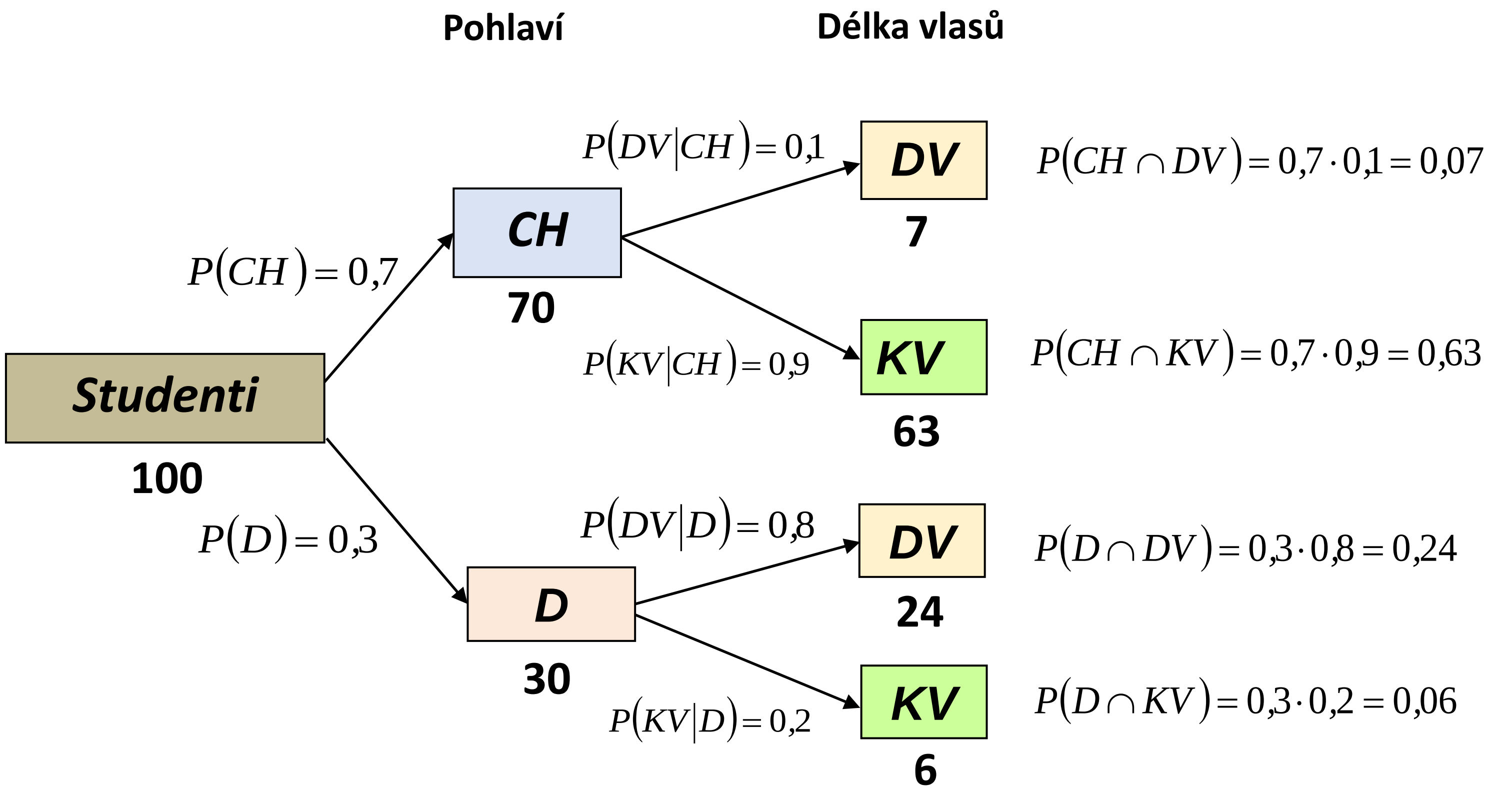
Bayesova věta

$$P(CH|DV) = \frac{P(CH \cap DV)}{P(DV)} = \frac{P(CH \cap DV)}{P(DV \cap D) + P(DV \cap CH)} = \frac{P(DV|CH) \cdot P(CH)}{P(DV|D) \cdot P(D) + P(DV|CH) \cdot P(CH)} = \frac{0{,}07}{0{,}24 + 0{,}07} = \mathbf{0{,}226}$$



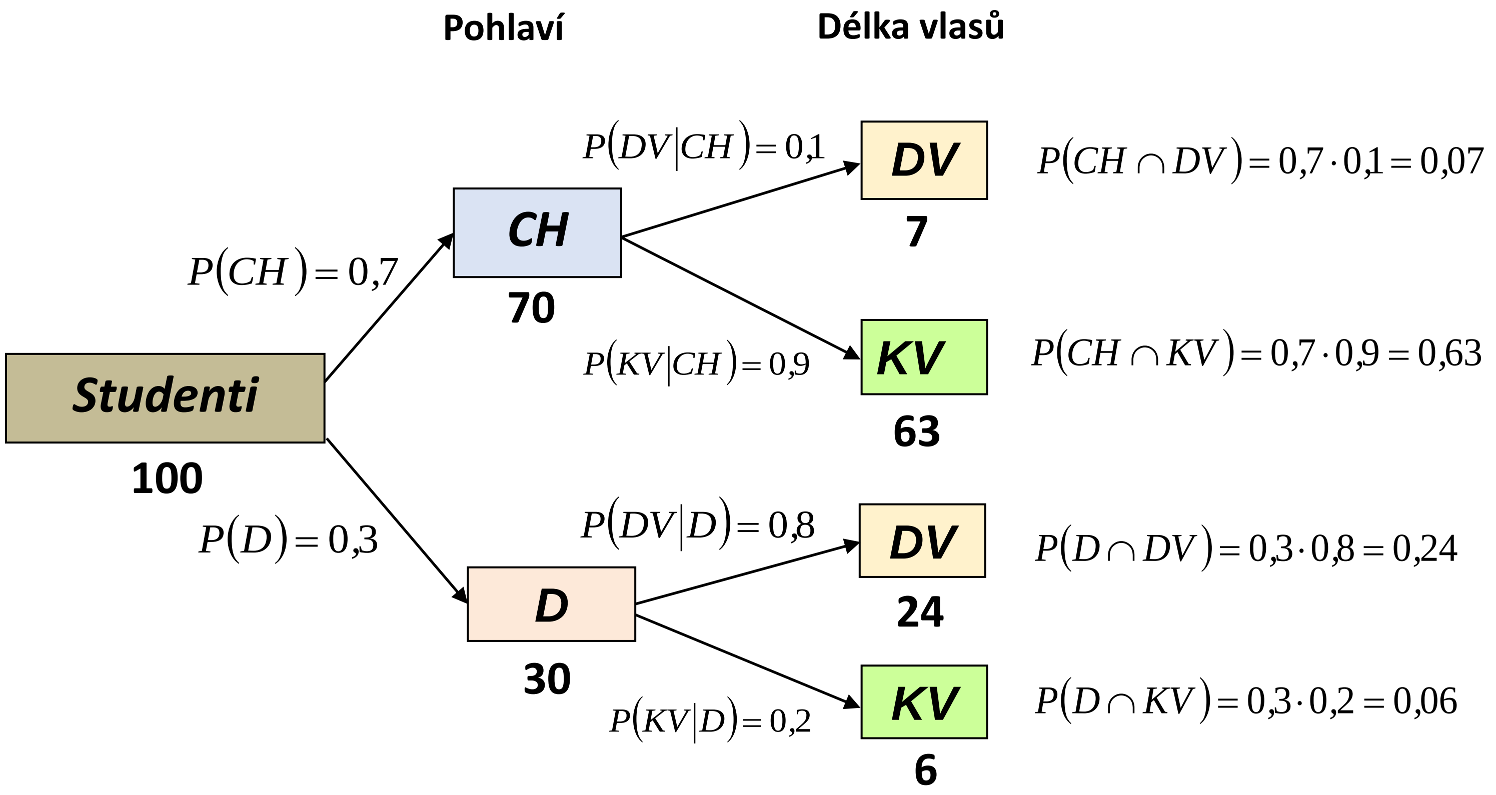
Rozhodovací strom

Představme si reálnou třídu (100 studentů), která splňuje dané podmínky…



Rozhodovací strom

$$P(CH|DV) = \frac{7}{24+7} = \mathbf{0,226} = \frac{0,07}{0,24+0,07} = \frac{P(CH \cap DV)}{P(DV \cap D) + P(DV \cap CH)} = \frac{P(CH \cap DV)}{P(DV)}$$



4. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy má 10 % chlapců a 80 % dívek.
Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student má dlouhé vlasy?

a) Jaká je p-st, že náhodně vybraný student je chlapec?

70 % apriorní pravděpodobnost

b) Náhodně vybraný student má dlouhé vlasy.
Jaká je p-st, že náhodně vybraný student je chlapec?

22,6 % aposteriorní pravděpodobnost

změna vnímání reality
ve světle nových informací

Senzitivita, specificita, prevalence...

Screeningové testování

aneb vyšetřování předem definované skupiny lidí **za účelem vyhledávání chorob v jejich časných stádiích**, kdy pacient ještě nemá potíže a příznaky nebo jsou tyto příznaky spolehlivě identifikovatelné jen časově nebo finančně nákladným procesem

- Vyšetření určité části populace na určité látky nebo symptomy
- Předběžné vyšetření za účelem indikace pro plnohodnotnou diagnostiku

Příklady screeningových testů

- Trisomy test (neinvazivní test detekující např. Downův syndrom; 1. trimestr těhotenství),
- Test pro záchyt PAS (dotazníkové šetření detekující podezření na poruchu autistického spektra, předškolní věk)
- Mamografický screening (ženy nad 40 let),
- TOKS (test okultního krvácení do stolice, jedinci nad 50 let),
- Antigenní testy na protilátky proti SARS-CoV-2, …

Jak to všechno funguje

Označme:

N^+	nemoc se u pacienta vyskytuje
N^-	nemoc se u pacienta nevyskytuje
T^+	test vyšel pozitivní
T^-	test vyšel negativní

Předpokládejme, že známe:

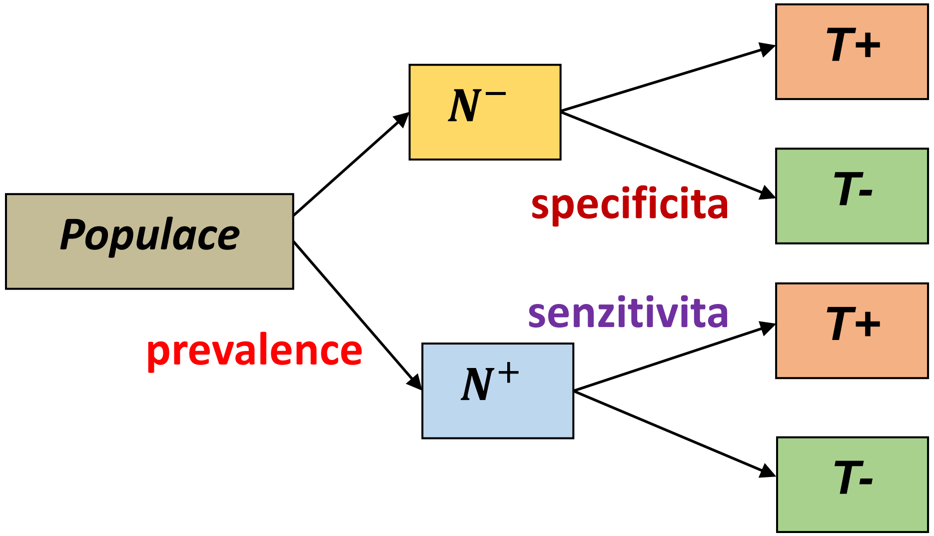
$P(N^+)$	p-st výskytu nemoci ve sledované populaci (**prevalence** – apriorní p-st)
$P(T^+\|N^+)$	p-st, že test je pozitivní u nemocné osoby (**senzitivita testu nebo citlivost testu**)
$P(T^-\|N^-)$	p-st, že test je negativní u osoby, která nemoc nemá (**specificita testu**)

- Senzitivita a specificita jsou parametry testu, vypovídají o jeho kvalitě.
- Senzitivita a specificita testu se určují na základě pilotního projektu (udává je výrobce), ale je velmi vhodné je ověřovat i v reálných podmínkách používání testu.

Jak to všechno funguje

Předpokládejme, že známe:

$P(N^+)$	p-st výskytu nemoci ve sledované populaci (**prevalence** – apriorní p-st)
$P(T^+\|N^+)$	p-st, že test je pozitivní u nemocné osoby (**senzitivita testu** **nebo citlivost testu**)
$P(T^-\|N^-)$	p-st, že test je negativní u osoby, která nemoc nemá (**specificita testu**)



Zdraví pacienti, u nichž test detekoval protilátky ~ FALSE POSITIVE

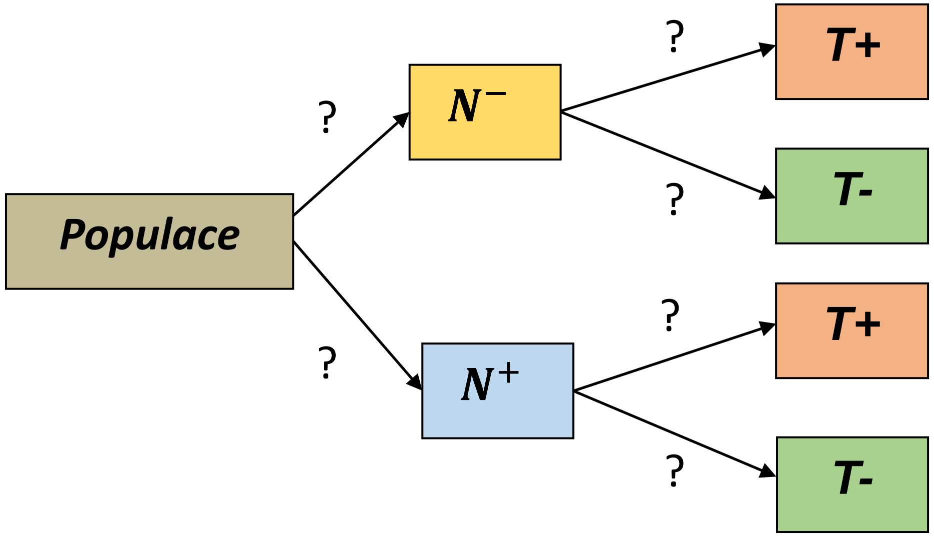
Zdraví pacienti, u nichž test protilátky nedetekoval ~ TRUE NEGATIVE

Nemocní pacienti, u nichž test detekoval protilátky ~ TRUE POSITIVE

Nemocní pacienti, u nichž test nedetekoval protilátky ~ FALSE NEGATIVE

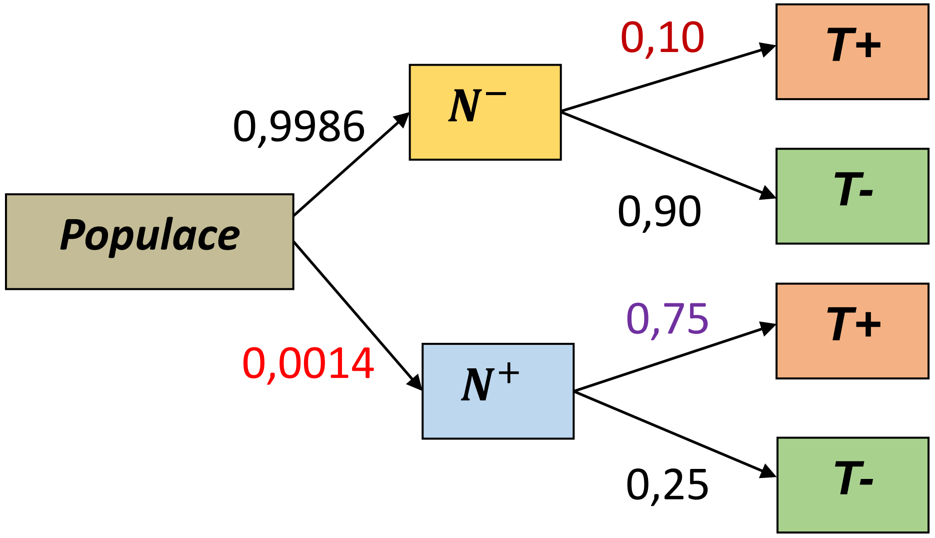
Kdy přistoupit k screeningovým testům?

5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)



Kdy přistoupit k screeningovým testům?

5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)



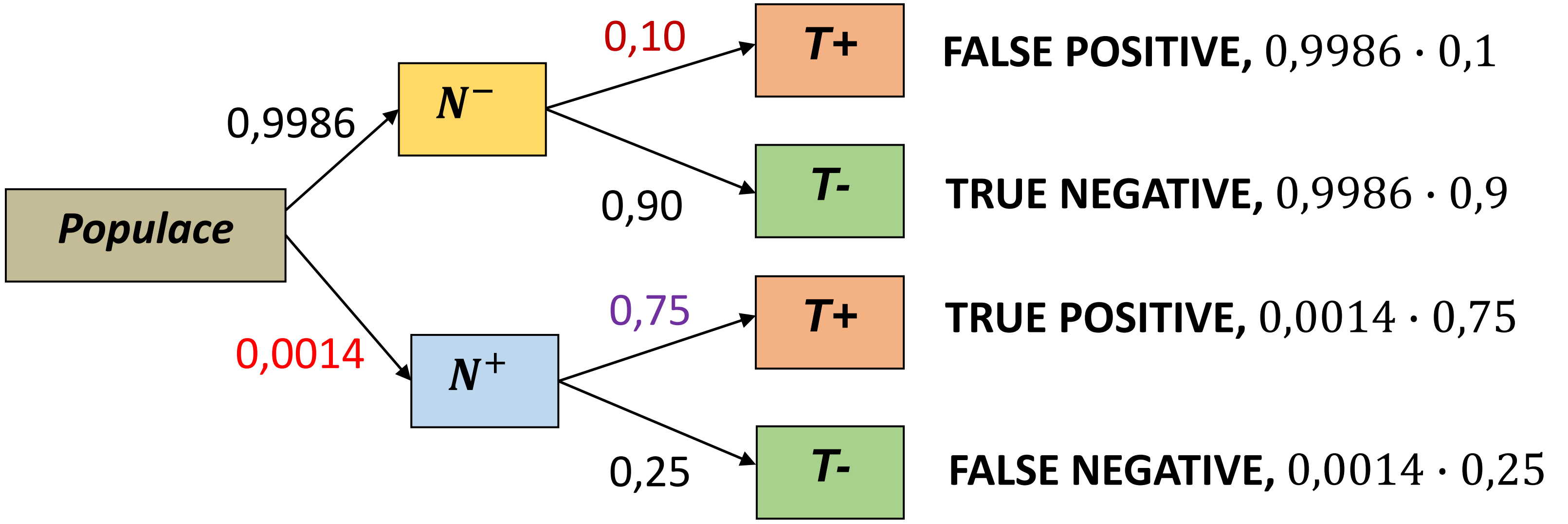
prevalence: 0,0014

specificita testu: 0,90

senzitivita testu: 0,75

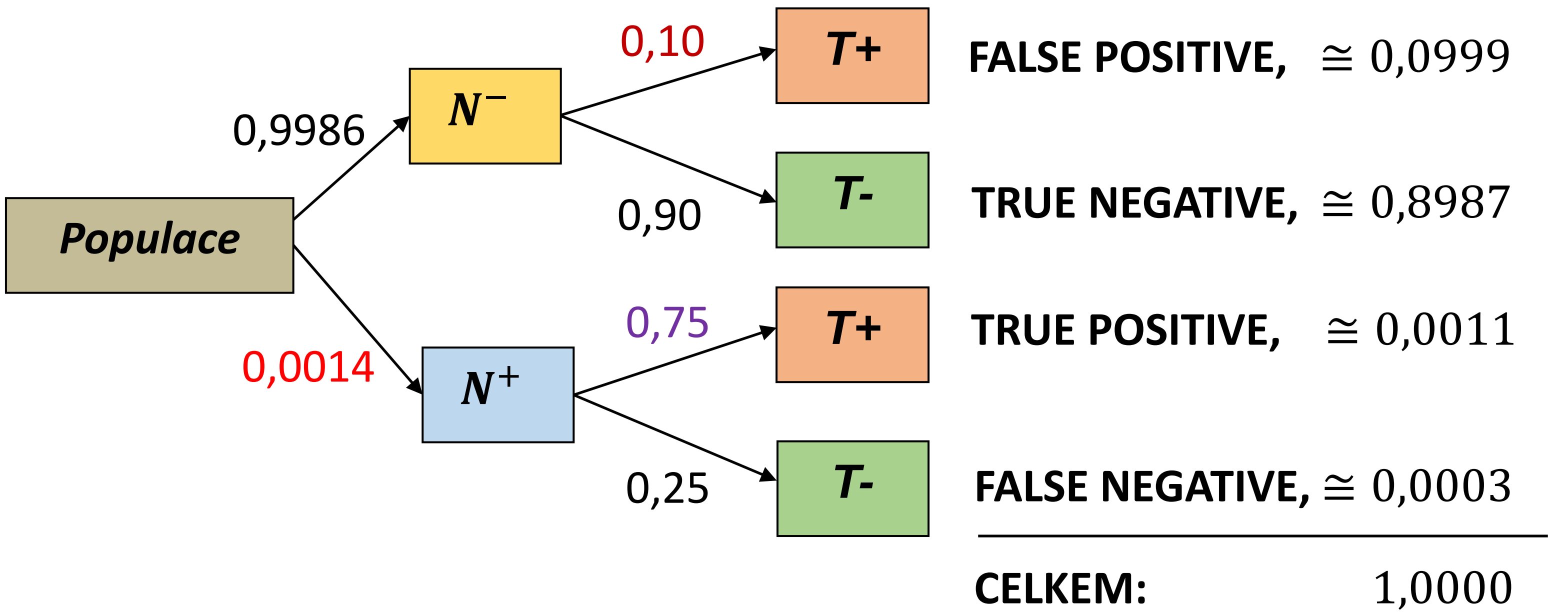
Kdy přistoupit k screeningovým testům?

5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)



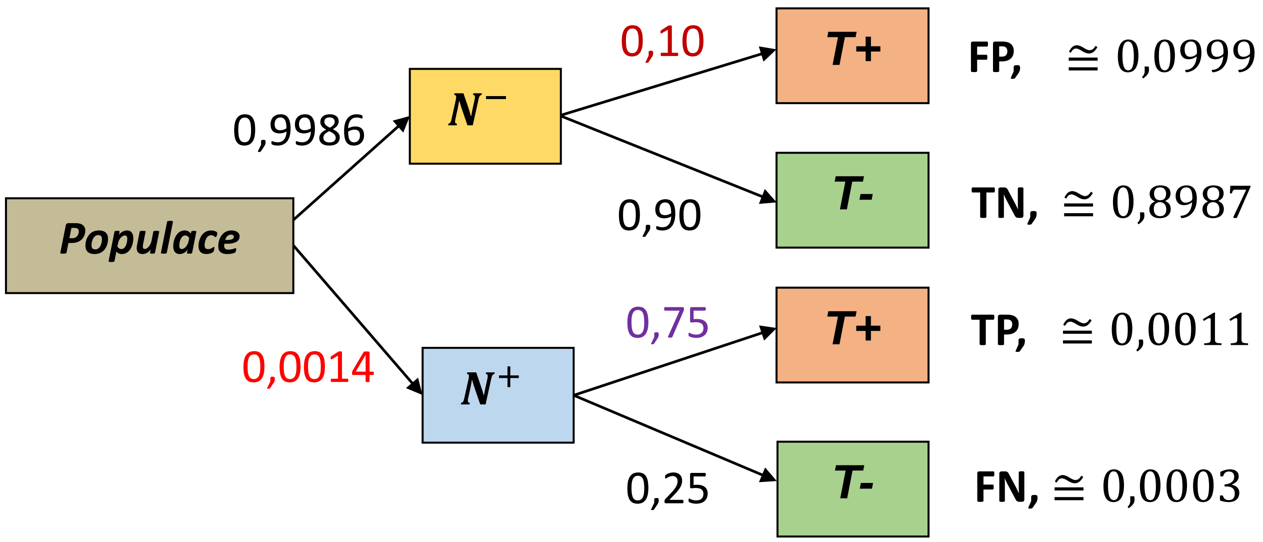
Kdy přistoupit k screeningovým testům?

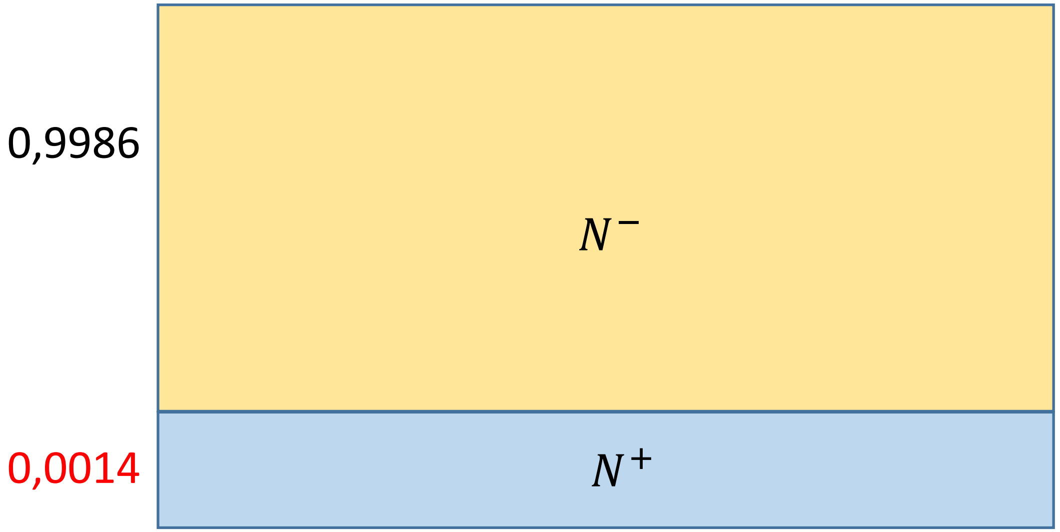
5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)



Kdy přistoupit k screeningovým testům?

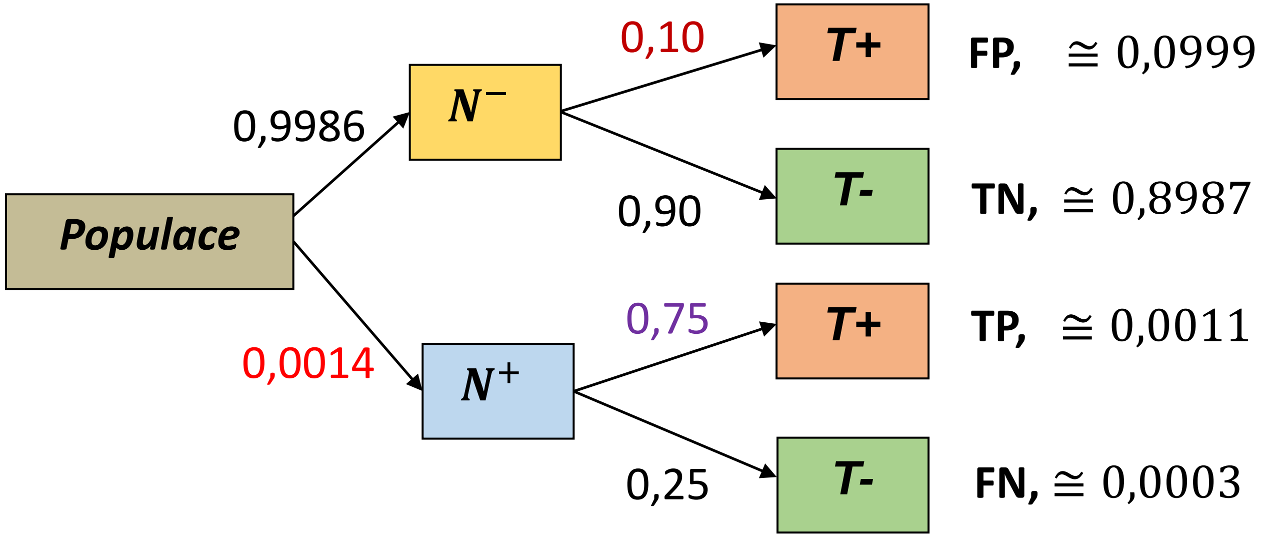
5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)

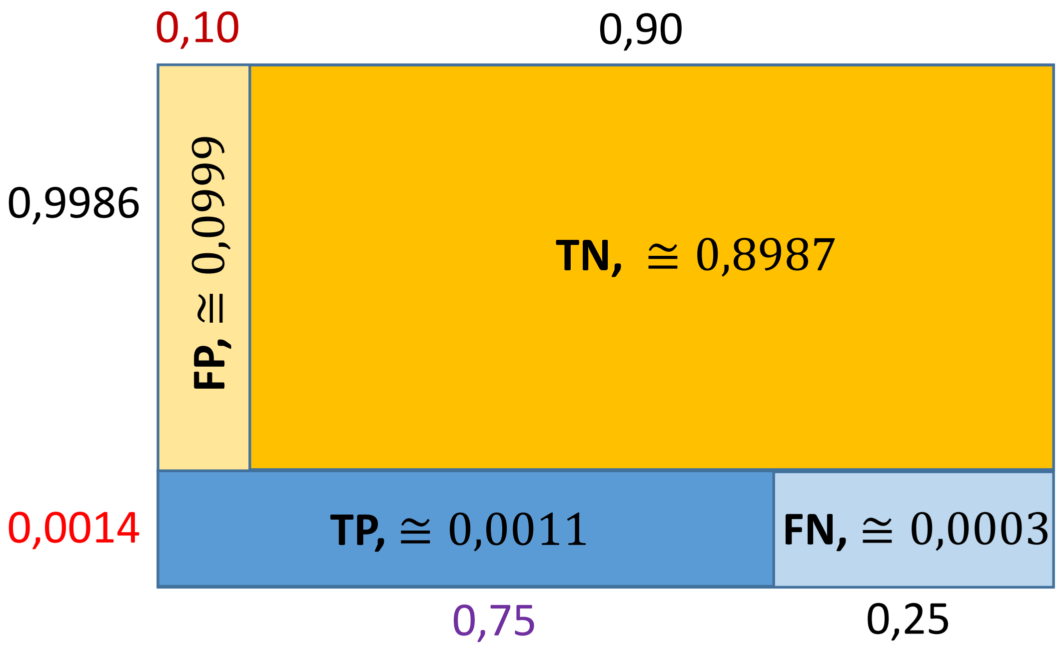




Kdy přistoupit k screeningovým testům?

5. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případů. Jaká je pravděpodobnost, že 40 letá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní? (dle SILVER, Nate. *Signál a šum: mnoho předpovědí selže, některé ne*. Praha: Paseka, 2014. ISBN 978-80-7432-440-6.)

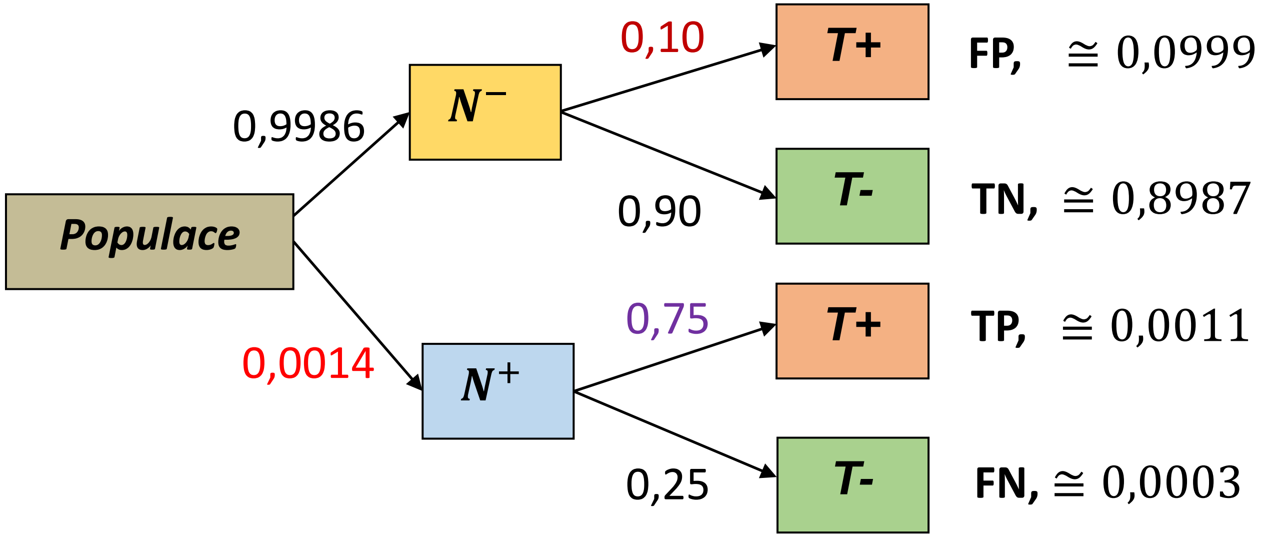


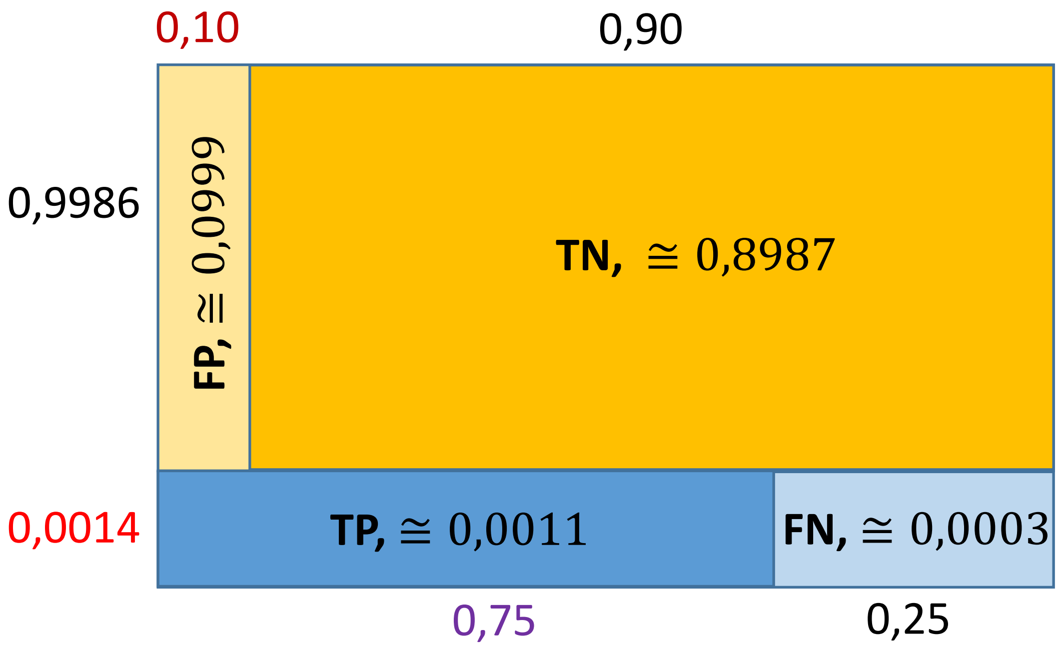


Kdy přistoupit k screeningovým testům?

Jaká část z provedených mamografických vyšetření vyjde „pozitivní“?

$$P(T+) = P(TP) + P(FP) = 0{,}0011 + 0{,}0999 = 0{,}1010,$$ tj. **cca 10 %**



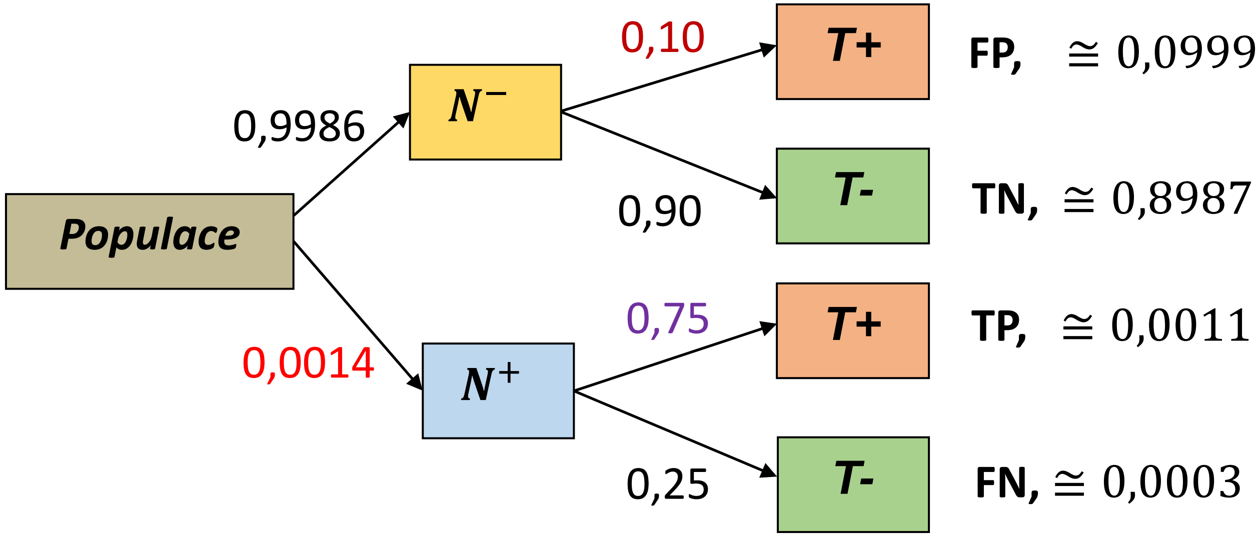


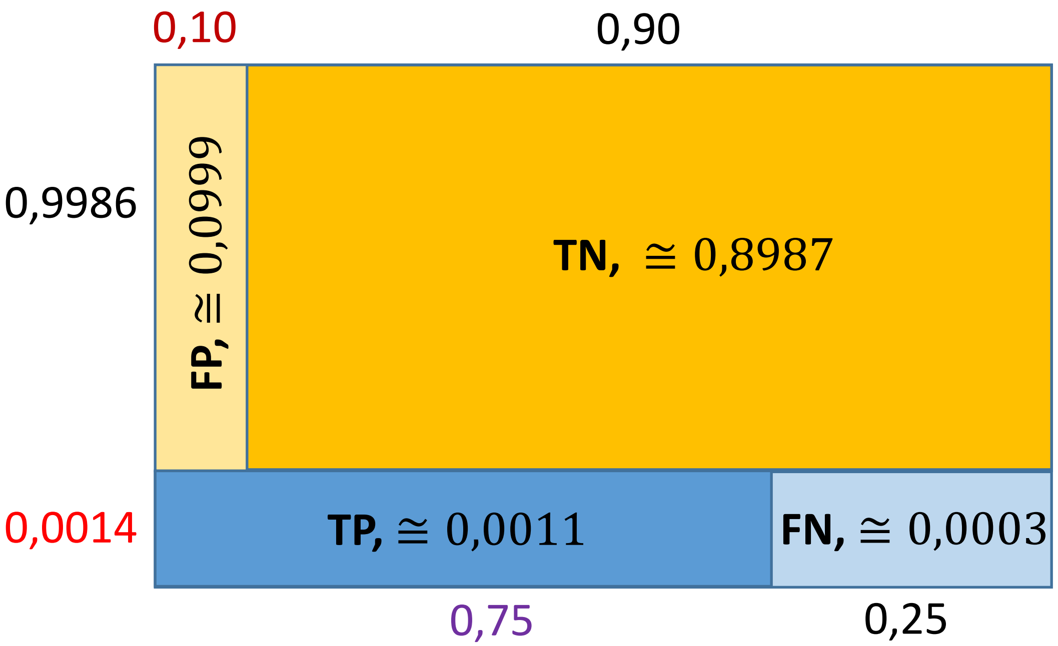
Kdy přistoupit k screeningovým testům?

Jaká je pravděpodobnost, že žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího vyšetření pozitivní?

$$P(N+|T+)=?$$

$$P(N+|T+)=\frac{P(N+\cap T+)}{P(T+)}=\frac{P(TP)}{P(TP)+P(FP)}=\frac{0{,}0011}{0{,}0011+0{,}0999}\cong 0{,}0104,$$ tj. **cca 1,0 %**





Screeningové mamografické vyšetření žen ve věku 40-50 let

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let má rakovinu prsu?

0,14 % apriorní pravděpodobnost (prevalence)

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let má rakovinu prsu, víte-li, že měla pozitivní výsledek mamografického vyšetření?

1,0 % aposteriorní pravděpodobnost

změna vnímání reality
ve světle nových informací

POZOR!

Je-li naše apriorní přesvědčení silné, dokáže být překvapivě odolné i ve světle nových důkazů.

Screeningové mamografické vyšetření žen ve věku 40-50 let

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let má rakovinu prsu?

0,14 % apriorní pravděpodobnost (prevalence)

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let má rakovinu prsu, víte-li, že měla pozitivní výsledek mamografického vyšetření?

změna vnímání reality ve světle nových informací

1,0 % aposteriorní pravděpodobnost

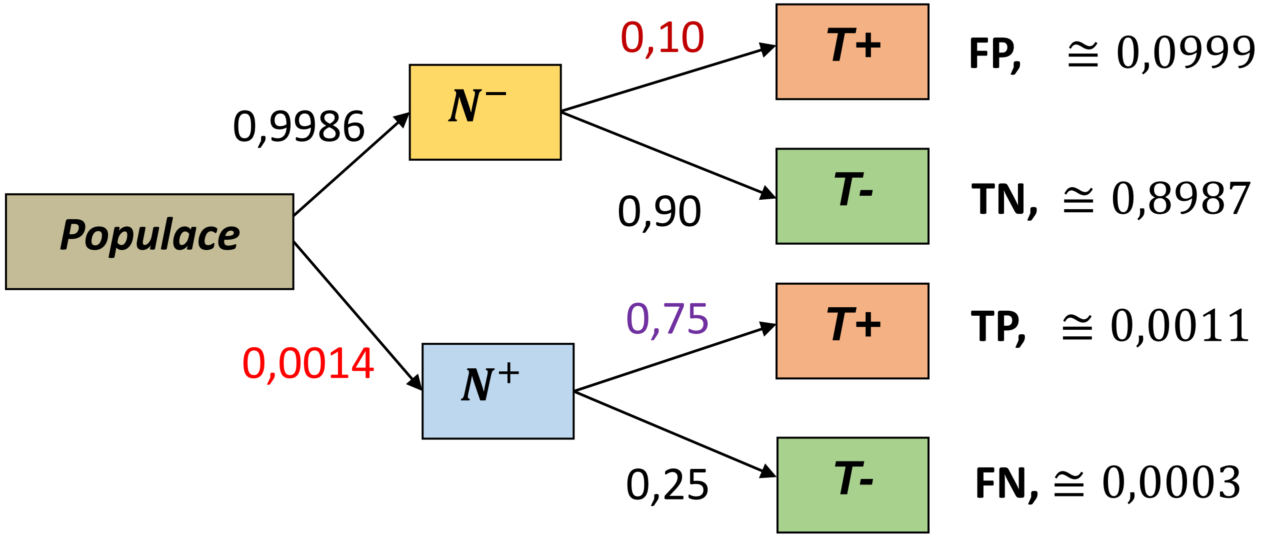
POZOR!
Výsledky platí pouze pro ženy v dané věkové kategorii,
které vyšetření podstoupily pouze v rámci screeningu, tj. bez jakýchkoliv symptomů onemocnění!!!

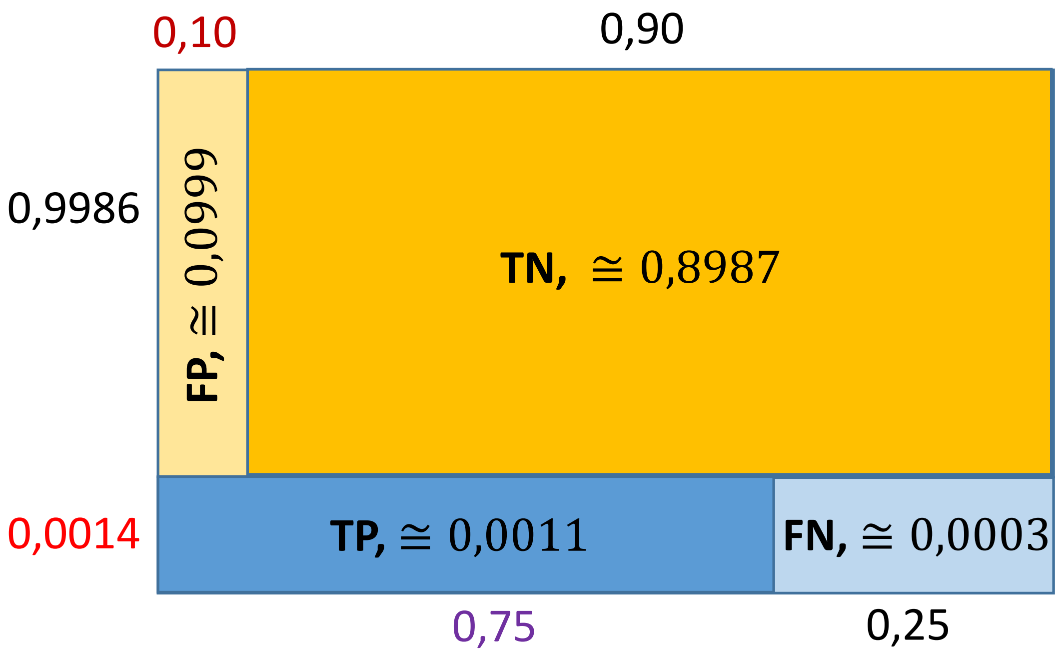
Kdy přistoupit k screeningovým testům?

Jaká je pravděpodobnost, že žena nemá rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího vyšetření negativní?

$$P(N-|T-)=?$$

$$P(N-|T-)=\frac{P(N-\cap T-)}{P(T-)}=\frac{P(TN)}{P(TN)+P(FN)}=\frac{0{,}8987}{0{,}8987+0{,}0003}\cong 0{,}9996,$$ tj. **prakticky jistě**





Screeningové mamografické vyšetření žen ve věku 40-50 let

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let nemá rakovinu prsu?

99,86 % apriorní pravděpodobnost (prevalence)

a) Jaká je p-st, že žena ve věku 40-50 let nemá rakovinu prsu, víte-li, že měla negativní výsledek mamografického vyšetření?

99,96 % aposteriorní pravděpodobnost

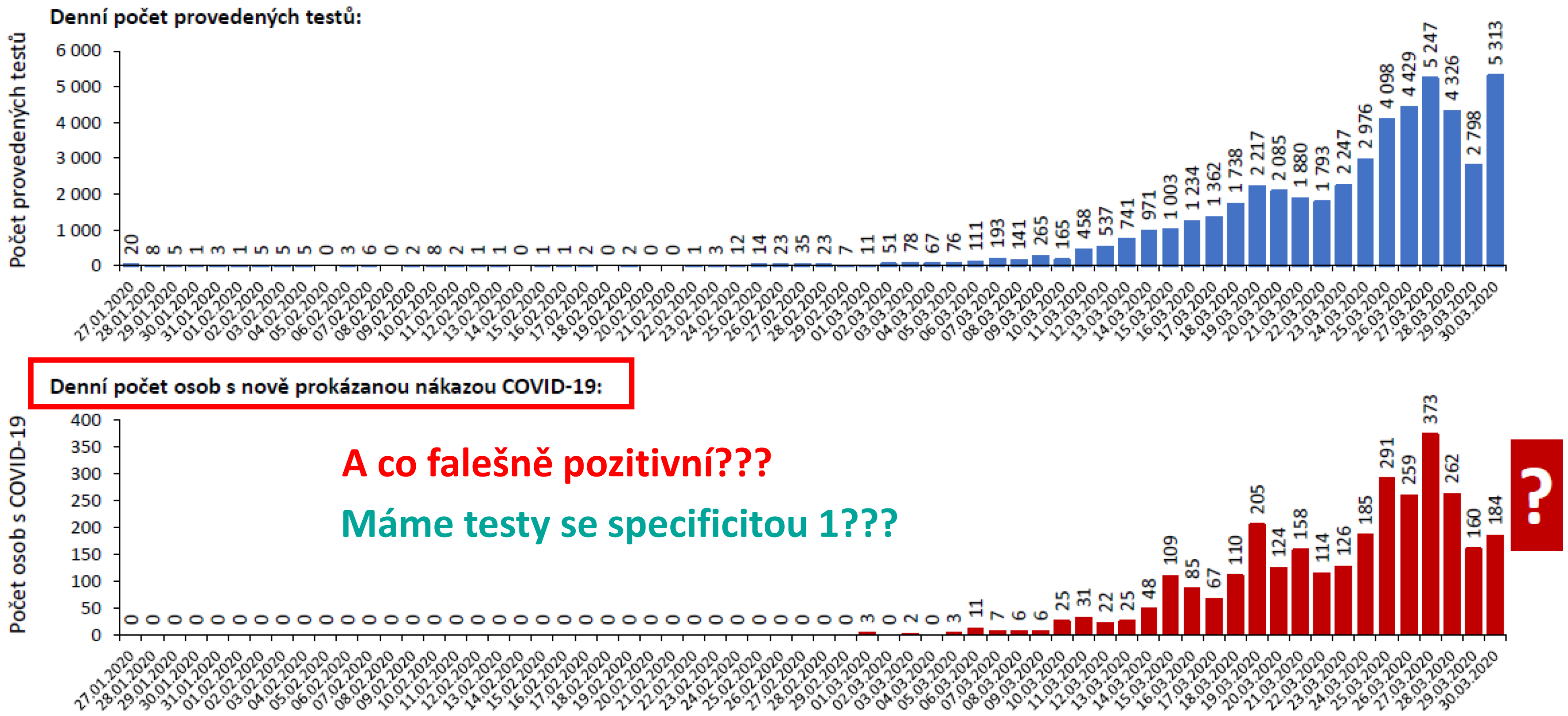
Screeningové testy

pozitivně testovaný $\neq$ nemocný / nakažený

- Při malé prevalenci onemocnění je obvykle mezi pozitivně testovanými vysoký podíl falešně pozitivních.
- Neznáme-li senzitivitu a specificitu testu, nelze vyvářet smysluplné závěry o výsledcích screeningu.
- Senzitivitu a specificitu testu udávanou výrobcem je nutno verifikovat za provozních podmínek testování!

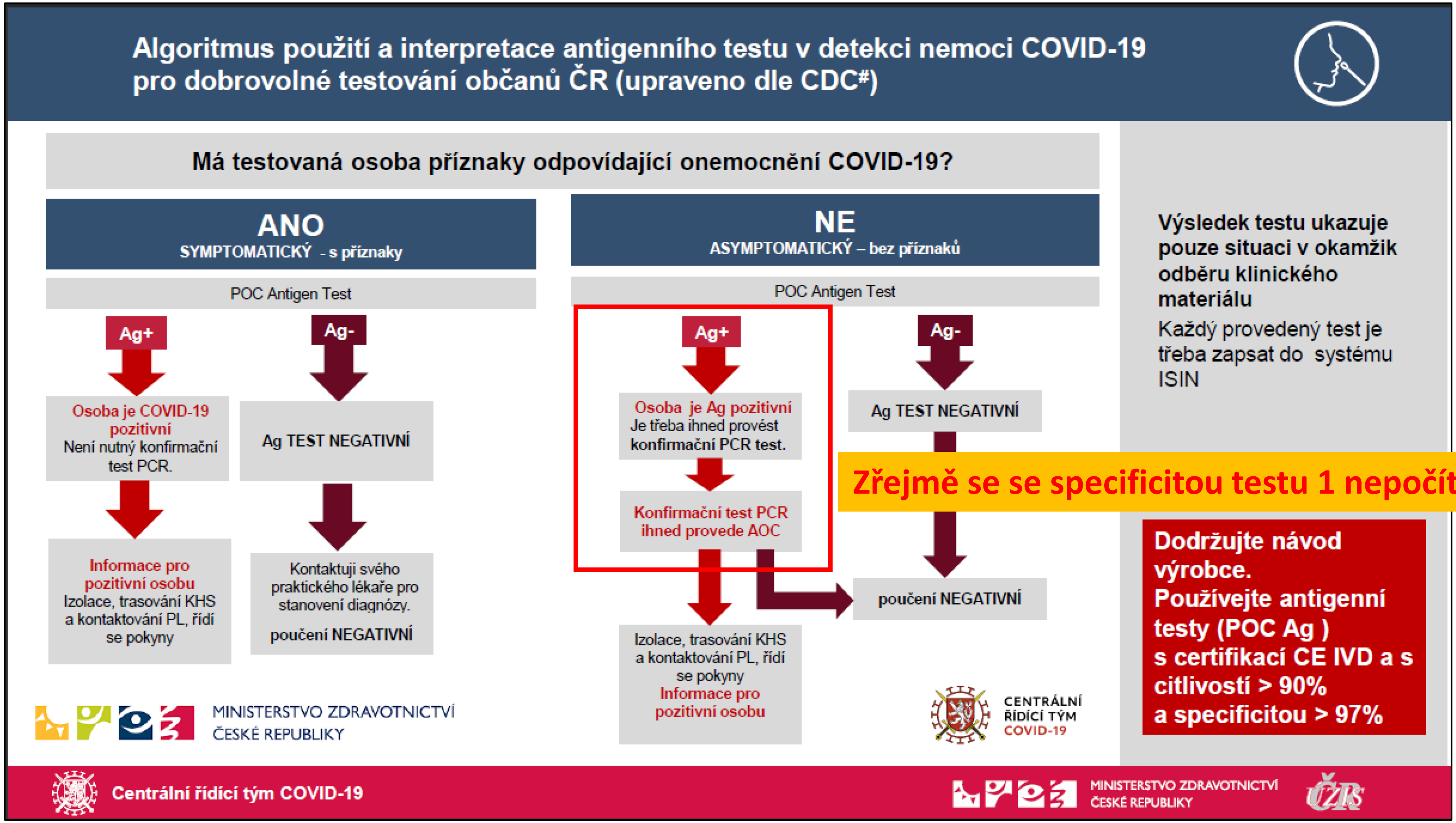
Antigenní testy na protilátky infekce SARS-CoV-2

Denní přehled počtu provedených testů a počtu osob s prokázanou nákazou COVID-19



Zdroj: *DUŠEK, Ladislav. Informační systém ISIN – COVID-19: aktualizovaná data: prezentace prof. Ladislava Duška z tiskové konference MZ ČR a ÚZIS ČR ze dne 1. 4. 2020 [online]. In: . 1. 4. 2020 [cit. 2021-01-17]. Dostupné z: https://www.uzis.cz/res/file/covid/20200401-dusek-cz.pdf*

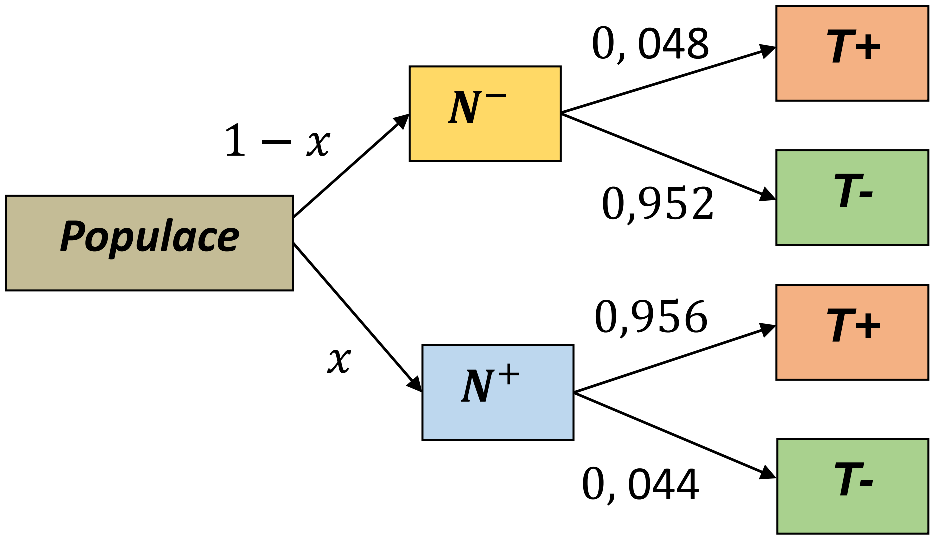
Antigenní testy na protilátky infekce SARS-CoV-2



Zřejmě se se specificitou testu 1 nepočítá…

Hypotetický příklad:

Pro screeningové testování jste použili test WANTAI (výrobce uvádí senzitivitu 95,6 % a specificitu 95,2 %) a v náhodně vybraném vzorku bezsymptomatické populace (n = 26 549) jste detekovali 3 070 pozitivních osob. Odhadněte prevalenci sledované infekce.



$$P(T+) = \frac{3\,070}{26\,549} \cong 0{,}1156$$

$$P(T+) = (1-x)\cdot 0{,}048 + x\cdot 0{,}956$$
$$P(T+) = 0{,}048 + x\cdot 0{,}908$$

$$0{,}1156 \cong 0{,}048 + x\cdot 0{,}908$$
$$\boldsymbol{x \cong 0{,}074}$$

Studie SARS-CoV-2-CZ-Preval

Evropská unie
Evropský sociální fond
Operační program Zaměstnanost

Národní koordinační centrum programů časného záchytu onemocnění I CZ.03.2.63/0.0/0.0/15_039/0006904
Datová základna realizace screeningových programů CZ.03.2.63/0.0/0.0/15_039/0007216

Studie SARS-CoV-2-CZ-Preval

http://covid-imunita.uzis.cz

duben 2020

ÚZIS Ústav zdravotnických informací a statistiky České republiky
Institute of Health Information and Statistics of the Czech Republic

MINISTERSTVO ZDRAVOTNICTVÍ ČESKÉ REPUBLIKY

Studie SARS-CoV-2-CZ-Preval

Výsledek studie promořenosti: Odhalila jen 107 pozitivních, virus prošel Českem mírně

ČTK

Aktualizováno 6. 5. 2020 10:49

Studie kolektivní imunity odhalila 107 pozitivních na onemocnění covid-19 mezi 26 549 testovanými. Počet nakažených nemocí covid-19 se tak pohybuje kolem jednotek promile. Nejméně na 100 tisíc lidí bylo v Brně, nejvíc na Litovelsku. V Praze, Brně a Litoměřicích je promořenost méně než 0,6 procenta. Laboratoře v Česku také provedly v úterý poprvé více než 9000 testů na koronavirus za den.

Zdroj: *https://zpravy.aktualne.cz/domaci/promorenost-je-pouze-v-radu-promili-v-cesku-bylo-poprve-vice/r~d00d56c68f6611ea95caac1f6b220ee8/*

Studie SARS-CoV-2-CZ-Preval

Výsledek studie promořenosti: Odhalila jen 107 pozitivních, virus prošel Českem mírně

ČTK
Aktualizováno 6. 5. 2020 10:49

Studie kolektivní imunity odhalila 107 pozitivních na onemocnění covid-19 mezi 26 549 testovanými. Počet nakažených nemocí covid-19 se tak pohybuje kolem jednotek promile. Nejméně na 100 tisíc lidí bylo v Brně, nejvíc na Litovelsku. V Praze, Brně a Litoměřicích je promořenost méně než 0,6 procenta. Laboratoře v Česku také provedly v úterý poprvé více než 9000 testů na koronavirus za den.

Více na: https://covid-imunita.uzis.cz/res/file/prezentace/20200506-dusek.pdf

Děkuji za pozornost!

martina.litschmannova@vsb.cz