

Naprosto průměrná přednáška

Martina Litschmannová

3. 2. 2022,
ŠKOMAM 2022

VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

FAKULTA
ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

KATEDRA
APLIKOVANÉ
MATEMATIKY



Vypočítejte průměr čísel 10 a 110.

Aritmetický, geometrický, harmonický, kvadratický, logaritmický, cyklometrický, ... ?

A je vůbec průměr tím, co nás zajímá? Co to je za čísla?





Vypočítejte průměr čísel 10 a 110.

Aritmetický průměr: $\bar{x}_A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Geometrický průměr: $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$ (pouze pro kladná čísla)

Harmonický průměr: $\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}{n}}$ (pouze pro kladná čísla)

$\bar{x}_A = 60,$ $\bar{x}_G \cong 33,2,$ $\bar{x}_H \cong 18,3$





Vypočítejte průměr čísel 10 a 110.

Aritmetický průměr: $\bar{x}_A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Geometrický průměr: $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$ (pouze pro kladná čísla)

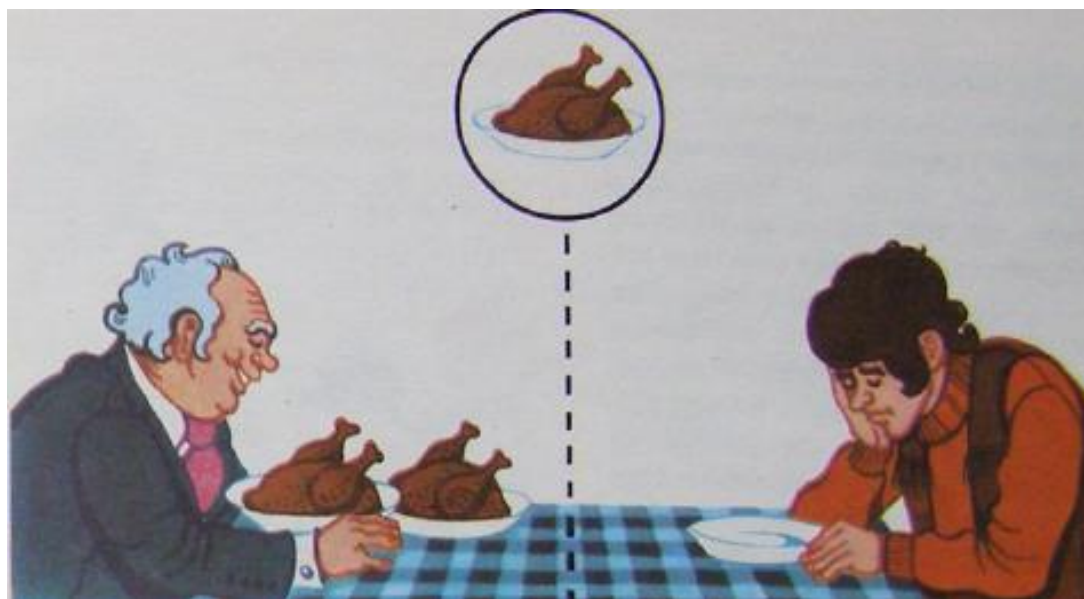
Harmonický průměr: $\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}{n}}$ (pouze pro kladná čísla)

Nerovnost mezi průměry: $\bar{x}_A \geq \bar{x}_G \geq \bar{x}_H$





„Já jsem měl dvě kuřata, vy žádné. Dívejme se na to pozitivně – v průměru jsme se oba slušně najedli.“



Zdroj: Swoboda Helmut, Moderní statistika, 1977



$$\bar{x}_A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Jak aritmetický průměr interpretovat?



Průměrná produkce kuřat (na osobu/den): 1,0



Průměrná mzda přivádí Čechy k zuřivosti: Kdo z vás má 27 tisíc?



Zdroj: Blesk, 9. 4. 2013

Průměrná mzda v ČR se vyšvihla na 37 499 korun, růst „kazí“ inflace. Kdo z vás to má?

Diskuse ke článku (2)

PŘIDAT NÁZOR

vera51 (6. prosince 2021 12:07)

Neznam nikoho kdo by mel takovou vyplatu.

Citronel (6. prosince 2021 10:56)

S takovou mzdou už by se dalo slušně žít, já neznám nikoho kdo to má, v Karlovarském kraji jich asi moc nebude, ve většině případech je na posledním místě.

Zdroj: Blesk, 6. 12. 2021



Průměrná mzda přivádí Čechy k zuřivosti: Kdo z vás má 27 tisíc?



Zdroj: Blesk, 9. 4. 2013

Průměrné mzdy - 3. čtvrtletí 2021

Průměrná mzda vzrostla reálně o 1,5 %

06.12.2021

Kód: 110031-21



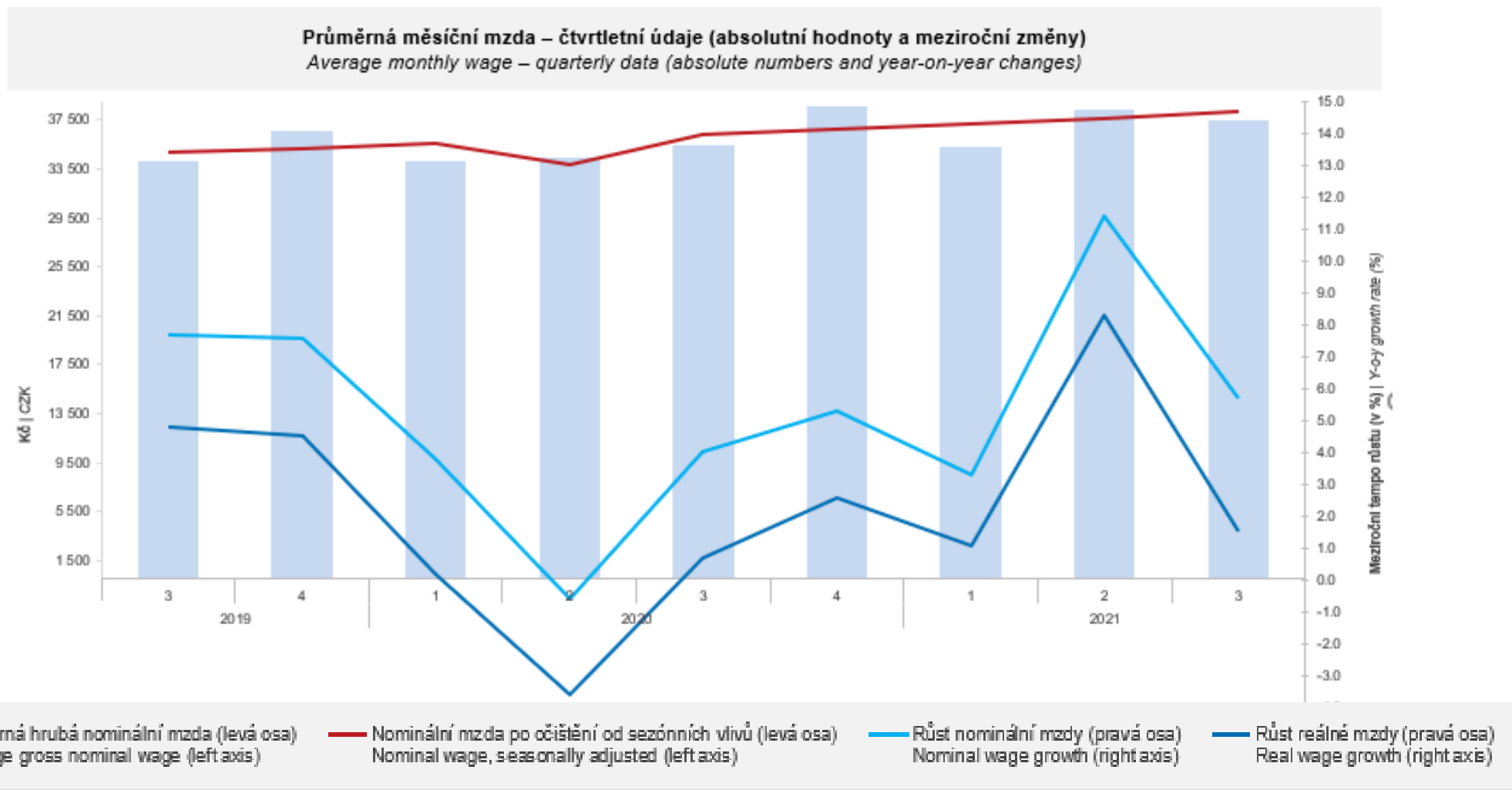
Ve 3. čtvrtletí 2021 vzrostla průměrná hrubá měsíční nominální mzda na přepočtené počty zaměstnanců v národním hospodářství proti stejnému období předchozího roku o 5,7 %, reálně vzrostla o 1,5 %. Medián mezd činil 32 979 Kč.

**¹⁾ Průměrná hrubá měsíční mzda je podíl mzdových prostředků (vč. příplatků za přesčas, odměn, náhrad mzdy atd.) připadající na jednoho zaměstnance za měsíc. Nevypovídá tedy o výplatě jednoho konkrétního zaměstnance. Strukturální výdělkové statistiky, které mají k dispozici údaje o výdělcích jednotlivých zaměstnanců, uvádějí, že zhruba dvě třetiny zaměstnanců mají mzdu nižší než celostátní průměr.*

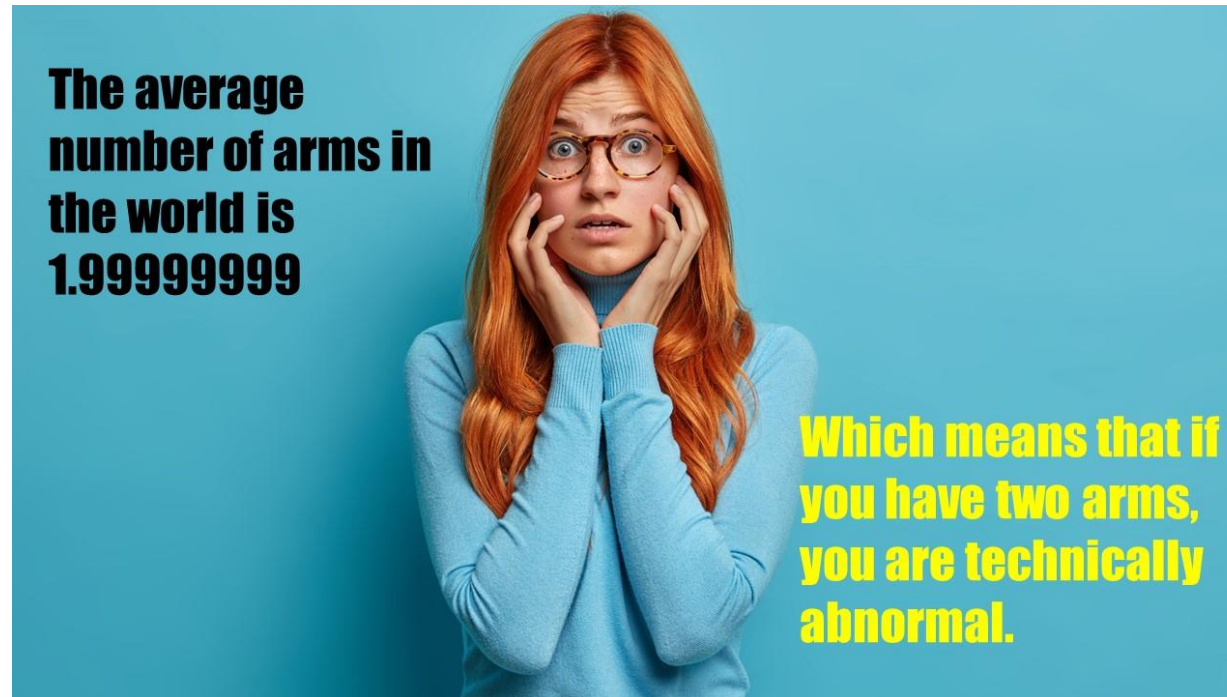
Medián představuje hodnotu mzdy zaměstnance uprostřed mzdového rozdělení; to znamená, že polovina hodnot mezd je nižší a druhá polovina je vyšší než medián. Na rozdíl od průměrné mzdy, která je vypočtena na základě podkladů z podnikového výkaznictví, je medián nutné odvozovat ze statisticko-matematického modelu na podkladě výběrového šetření, protože podnikové výkazy obsahují jen agregované údaje za celý podnik nebo organizaci.

Zdroj: <https://www.czso.cz/>

Aritmetický průměr



Zdroj: <https://www.czso.cz/>



Zdroj: <https://www.lettersandtemplates.com/blis/how-misleading-statistics-are-used-by-the-media-to-influence-the-public>

Nepřisuzujme průměru vlastnosti, které nemá!



„Průměrná rodina má 2,2 dítěte“

Zdroj: Swoboda Helmut, Moderní statistika, 1977

Průměr je číslo, které nemusí patřit do definičního oboru analyzovaného znaku!

Aritmetický průměr



V malé vesnici někde v Americe žije 6 lidí, jejichž roční plat je uveden níže.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

(\$31 833)

Do vesnice se přistěhoval Bill Gates, jehož roční příjem je \$40 000 000.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000 \$40 000 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

(\$5 741 571)

Průměr není rezistentní vůči odlehlým pozorováním (outlierům)!

Aritmetický, geometrický a harmonický průměr



V malé vesnici někde v Americe žije 6 lidí, jejichž roční plat je uveden níže.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

$$(\bar{x}_A = \$31\,833, \bar{x}_G \cong \$31\,426, \bar{x}_H \cong \$31\,018)$$

Do vesnice se přistěhoval Bill Gates, jehož roční příjem je \$40 000 000.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000 \$40 000 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

$$(\bar{x}_A = \$5\,741\,571, \bar{x}_G \cong \$87\,263, \bar{x}_H \cong \$36\,183)$$

Obsahují-li data odlehlá pozorování, rozdíly mezi průměry mohou být „značné“!

Vážený aritmetický průměr



Test ze statistiky absolvovalo dvacet žáků a výsledné známky byly následující:

3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 3.

Jaká je průměrná známka z tohoto testu?

Řešení:

$$\bar{x}_A = \frac{3+2+1+2+3+4+5+2+3+2+2+3+3+4+5+1+2+1+3+3}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

Vážený aritmetický průměr



Test ze statistiky absolvovalo dvacet žáků a výsledné známky byly následující:

3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 3.

Jaká je průměrná známka z tohoto testu?

Řešení:

$$\bar{x}_A = \frac{3+2+1+2+3+4+5+2+3+2+2+3+3+4+5+1+2+1+3+3}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

nebo

Známka (x_i)	Počet žáků (n_i)
1	3
2	6
3	7
4	2
5	2
Celkem	20

$$\bar{x}_A = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

Vážený aritmetický průměr



Test ze statistiky absolvovalo dvacet žáků a výsledné známky byly následující:

3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 3.

Jaká je průměrná známka z tohoto testu?

Řešení:

$$\bar{x}_A = \frac{3+2+1+2+3+4+5+2+3+2+2+3+3+4+5+1+2+1+3+3}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

nebo

Známka (x_i)	Počet žáků (n_i)
1	3
2	6
3	7
4	2
5	2
Celkem	20

$$\bar{x}_A = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

Vážený aritmetický průměr



Test ze statistiky absolvovalo dvacet žáků a výsledné známky byly následující:

3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 3.

Jaká je průměrná známka z tohoto testu?

Řešení:

$$\bar{x}_A = \frac{3+2+1+2+3+4+5+2+3+2+2+3+3+4+5+1+2+1+3+3}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

nebo

Známka (x_i)	Počet žáků (n_i)	Rel. četnost (p_i)
1	3	3/20
2	6	6/20
3	7	7/20
4	2	2/20
5	2	2/20
Celkem	20	1

$$\bar{x}_A = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{20} = \frac{54}{20} = 2,7$$

$$\bar{x}_A = 1 \cdot \frac{3}{20} + 2 \cdot \frac{6}{20} + 3 \cdot \frac{7}{20} + 4 \cdot \frac{2}{20} + 5 \cdot \frac{2}{20} = 2,7$$

$$\bar{x}_A = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)
2014	8 500
2015	9 200
2016	9 900
celkem	-

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)
2014	8 500	
2015	9 200	
2016	9 900	
celkem	-	

celkový procentuální nárůst = ?

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)
2014	8 500	
2015	9 200	
2016	9 900	
celkem	-	

$$\text{celkový procentuální nárůst} = \left(\frac{9900}{8500} - 1 \right) \cdot 100 = \mathbf{16,5 \%}$$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)
2014	8 500	
2015	9 200	
2016	9 900	
celkem	-	16,5

Jaký je roční procentuální nárůst min. mzdy v letech 2015 a 2016?

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)
2014	8 500	
2015	9 200	$\left(\frac{9200}{8500} - 1\right) \cdot 100$
2016	9 900	$\left(\frac{9900}{9200} - 1\right) \cdot 100$
celkem	-	16,5

Jaký je roční procentuální nárůst min. mzdy v letech 2015 a 2016?

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)
2014	8 500	
2015	9 200	8,2
2016	9 900	7,6
celkem	-	16,5

$$16,5 \% \neq 8,2 \% + 7,6 \%$$

(procentuální hodnoty se nevztahují ke stejnému základu, tj. nemá smysl je sčítat)

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Koeficient růstu udává kolikrát se změnila hodnota v časové řadě oproti hodnotě předcházející.

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Všimněte si souvislosti mezi koeficientem růstu a procentuálním nárůstem...

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Je zřejmé, že $x_{2016} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot x_{2015}$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Je zřejmé, že $x_{2016} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot x_{2015} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot \frac{x_{2015}}{x_{2014}} \cdot x_{2014}$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Je zřejmé, že $x_{2016} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot x_{2015} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot \frac{x_{2015}}{x_{2014}} \cdot x_{2014}$, tj. $\frac{x_{2016}}{x_{2014}} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot \frac{x_{2015}}{x_{2014}}$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Je zřejmé, že $x_{2016} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot x_{2015} = \frac{x_{2016}}{x_{2015}} \cdot \frac{x_{2015}}{x_{2014}} \cdot x_{2014}$, tj. $k = k_{2015} \cdot k_{2016}$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

$$k = k_{2015} \cdot k_{2016}$$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

$$k = k_{2015} \cdot k_{2016} = \bar{k} \cdot \bar{k}$$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

$$\mathbf{k} = k_{2015} \cdot k_{2016} = \bar{k} \cdot \bar{k}$$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

$$\bar{k} = \sqrt{k} = 1,079$$

Určete průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

$$\bar{k} = \sqrt{k} = 1,079$$

Průměrný roční procentuální nárůst minimální mzdy v letech 2014 až 2016 je 7,9 %.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

Obecně:

$$k = k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n = \bar{k}^{n-1} \Rightarrow \quad \bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{k} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_1}}$$

Celkový koeficient růstu je součinem dílčích koeficientů růstů,
proto je průměrný koeficient růstu **geometrickým průměrem** dílčích koeficientů růstů.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn

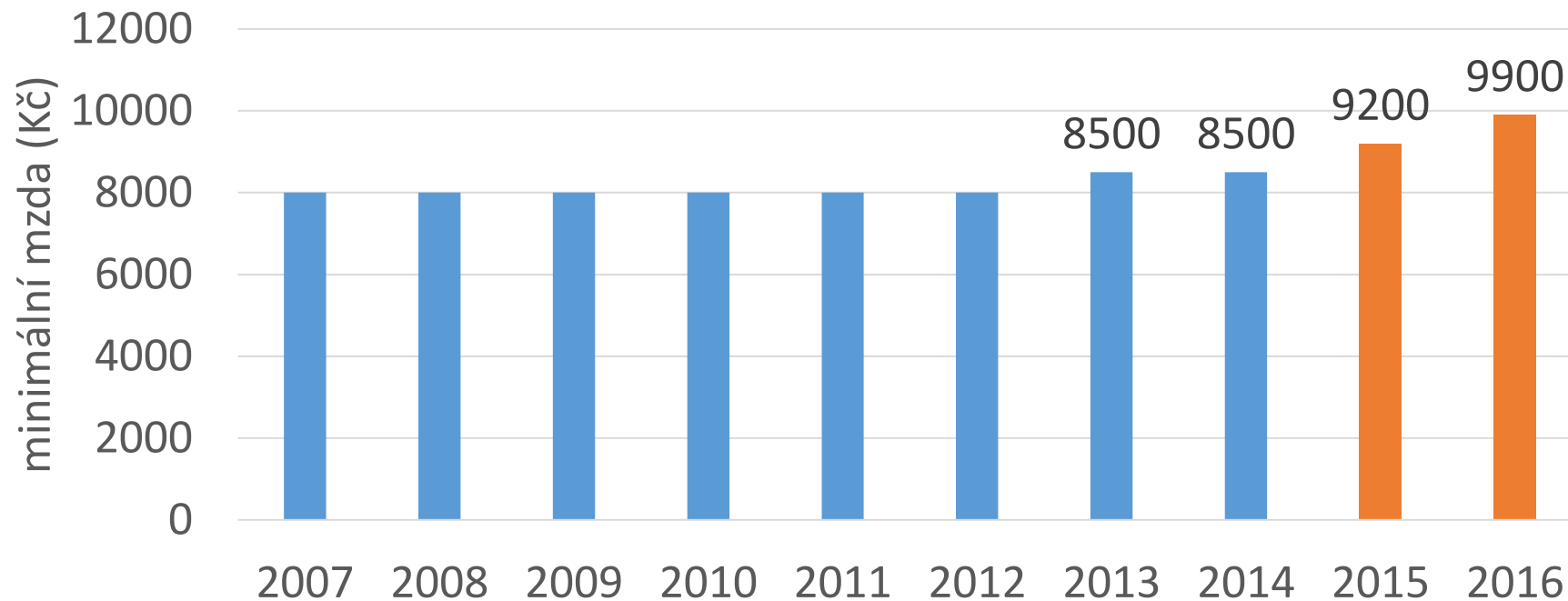


rok (i)	minimální mzda (Kč) (x_i)	procentuální nárůst minimální mzdy (%)	koeficienty růstu (k_i)
2014	8 500		
2015	9 200	8,2	1,082
2016	9 900	7,6	1,076
celkem	-	16,5	1,165 (k)

- průměrný koeficientu růstu je **geometrickým průměrem** dílčích koeficientů růstu
- geometrický průměr používáme, když „celek je součinem dílčích částí“
- pro výpočet průměrného koeficientu růstu stačí znát první a poslední hodnotu časové řady

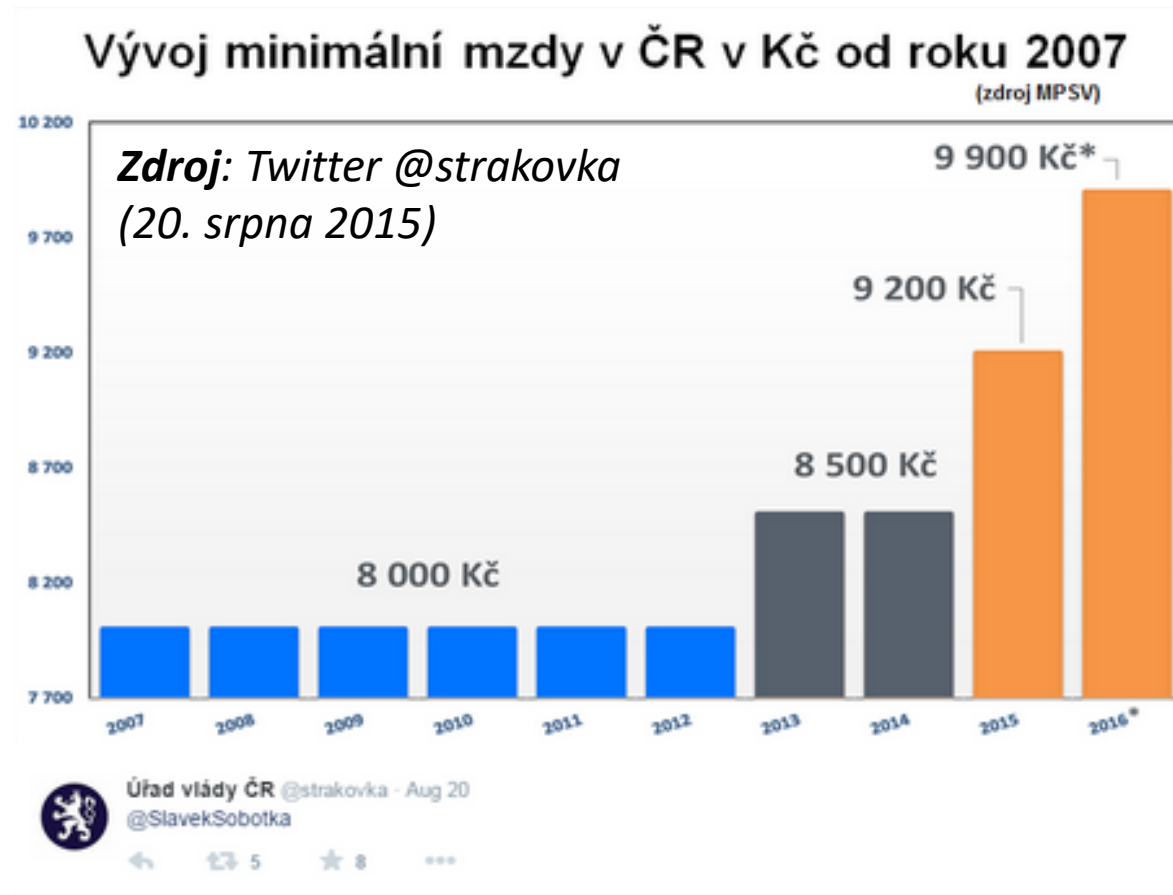
$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{k} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_1}}$$

Vývoj minimální mzdy od roku 2007 (zdroj: MPSV)



V době vlády ČSSD docházelo v průměru k nárůstu min. mzdy o 7,9 % ročně.

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



V době vlády ČSSD docházelo v průměru k nárůstu min. mzdy o 7,9 % ročně.



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0			
1			
2			
3			
4			
5			
celkem			

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1		
2	x_2		
3	x_3		
4	x_4		
5	x_5		
celkem	-		

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	
2	x_2	20	
3	x_3	0	
4	x_4	-20	
5	x_5	-50	
celkem	-	???	

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	
2	x_2	20	
3	x_3	0	
4	x_4	-20	
5	x_5	-50	
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	
3	x_3	0	
4	x_4	-20	
5	x_5	-50	
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	
4	x_4	-20	
5	x_5	-50	
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	
5	x_5	-50	
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	???	???

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	???	???

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 = 0,7425$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	-25,75	0,7425

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 = 0,7425$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	-25,75	0,7425

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 = 0,7425 \quad \Rightarrow \quad \bar{k} = \sqrt[5]{k} = \sqrt[5]{0,7425} \approx \mathbf{0,9421}$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	-25,75	0,7425

Celková ztráta za dané období byla cca 25,8 %. Průměrná roční procentuální ztráta byla cca 5,8 % ($\bar{k} \approx 0,942$).

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Vaše portfolio akcií vykazovalo v pěti po sobě následujících letech roční výnosy: 50 %, 20 %, 0 %, -20 %, -50 % (záporné znaménko znamená ztrátu). Určete průměrný roční procentuální výnos/ztrátu v daném období.

Řešení:

rok (i)	hodnota akcií (Kč) (x_i)	roční výnos (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	50	1,5
2	x_2	20	1,2
3	x_3	0	1,0
4	x_4	-20	0,8
5	x_5	-50	0,5
celkem	-	-25,75	0,7425

Celková ztráta za dané období byla cca 25,8 %. Průměrné tempo růstu bylo cca -5,8 %.

Tj. kdyby každý rok došlo k poklesu ceny akcií o 5,8 %, celkový (pětiletý) pokles ceny akcií by byl 25,8 %.



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0			
1			
⋮			
10			
celkem			

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1		
⋮	⋮		
10	x_{10}		
celkem	-		

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	?	
⋮	⋮	?	
10	x_{10}	?	
celkem	-	20	

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	?	k_1
⋮	⋮	?	⋮
10	x_{10}	?	k_{10}
celkem	-	20	1,2 (k)

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	?	k_1
⋮	⋮	?	⋮
10	x_{10}	?	k_{10}
celkem	-	20	1,2 (k)

$$k = k_1 \cdot \dots \cdot k_{10} = \bar{k}^{10}$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	?	k_1
⋮	⋮	?	⋮
10	x_{10}	?	k_{10}
celkem	-	20	1,2 (k)

$$k = k_1 \cdot \dots \cdot k_{10} = \bar{k}^{10} \quad \Rightarrow \quad \bar{k} = \sqrt[10]{k} = \sqrt[10]{1,2} = \mathbf{1,018}$$

Průměrování koeficientu růstů a procentuálních změn



Banka nabízí zhodnocení vkladu o 20 % za 10 let. Jaká je roční úroková míra nabízená bankou?

Řešení:

rok (i)	hodnota vkladu (Kč) (x_i)	úroková míra (%)	koeficienty růstu (k_i)
0	x_0		
1	x_1	?	k_1
⋮	⋮	?	⋮
10	x_{10}	?	k_{10}
celkem	-	20	1,2 (k)

$$k = k_1 \cdot \dots \cdot k_{10} = \bar{k}^{10} \quad \Rightarrow \quad \bar{k} = \sqrt[10]{k} = \sqrt[10]{1,2} = \mathbf{1,018}$$

Roční úroková míra je 1,8 %.



Nechť proměnná X nabývá kladných hodnot x_1, \dots, x_n . Pak geometrickým průměrem z těchto hodnot nazýváme číslo

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}.$$

Vážený geometrický průměr

Nechť proměnná X nabývá kladných hodnot x_1, \dots, x_k s absolutními četnostmi n_1, \dots, n_k a relativními četnostmi p_1, \dots, p_k . Pak geometrickým průměrem z těchto hodnot nazýváme číslo

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^k x_i^{n_i}} = x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2} \cdot \dots \cdot x_k^{p_k}.$$



Nechť proměnná X nabývá kladných hodnot x_1, \dots, x_k . Pak harmonickým průměrem z těchto hodnot nazýváme číslo

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}{n}} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}{n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}.$$

- Harmonický průměr kladných hodnot x_1, \dots, x_k je převrácená hodnota aritmetického průměru jejich převrácených hodnot.
- V praxi se harmonický průměr využívá k zjištění průměrné rychlosti, popř. průměrné délky času nutné k provedení nějakého úkonu, kdy jsou dané úkony prováděny současně několika osobami či stroji apod.

Vážený harmonický průměr

Nechť proměnná X nabývá kladných hodnot x_1, \dots, x_k s absolutními četnostmi n_1, \dots, n_k a relativními četnostmi p_1, \dots, p_k . Pak harmonickým průměrem z těchto hodnot nazýváme číslo

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \dots + \frac{n_k}{x_k}} = \frac{1}{\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2} + \dots + \frac{p_k}{x_k}}.$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)				
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)				

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	AD
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	5/40			

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	5/40	5/50		

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	5/40	5/50	5/60	

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	$5/40$	$5/50$	$5/60$	$\frac{5}{40} + \frac{5}{50} + \frac{5}{60}$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	5/40	5/50	5/60	37/120

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{15}{37/120} \approx \mathbf{48,6 \text{ km/h}}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost všech úseků je stejná – 5 km.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	5	5	5	15
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	5/40	5/50	5/60	37/120

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{15}{37/120} \approx 48,6 \text{ km/h}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{5+5+5}{\frac{5}{40} + \frac{5}{50} + \frac{5}{60}} = \frac{3}{\frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60}} \approx 48,6 \text{ km/h}$$

harmonický průměr



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)				
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD			
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD		
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD	0,60AD	
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD	0,60AD	AD
Rychlost (km/h)				

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD	0,60AD	AD
Rychlost (km/h)	40	50	60	---

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD	0,60AD	AD
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	0,15AD/40	0,25AD/50	0,60AD/60	0,15AD/40 + 0,25AD/50 + 0,60AD/60

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Průměrování rychlostí



Nákladní automobil jel z města A do města B rychlostí 40 km/h, z města B do města C rychlostí 50 km/h a z města C do města D rychlostí 60 km/h. Vypočítejte průměrnou rychlost, které dosáhl automobil na celé trase, víte-li, že vzdálenost z A do B je 15 % trasy a vzdálenost z C do D je 60 % trasy.

Řešení:



	AB	BC	CD	AD
Dráha (km)	0,15AD	0,25AD	0,60AD	AD
Rychlost (km/h)	40	50	60	---
Čas (h)	0,15AD/40	0,25AD/50	0,60AD/60	0,15AD/40 + 0,25AD/50 + 0,60AD/60

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{AD}{0,15AD/40 + 0,25AD/50 + 0,60AD/60} = \frac{1}{0,15/40 + 0,25/50 + 0,60/60} \approx 53,3 \text{ km/h}$$

vážený harmonický průměr



Pozor, ne vždy se průměrná rychlost určí jako harmonický průměr rychlostí!!!

Vycházejte z úvahy, že průměrná rychlost je podíl celkové dráhy a času, za nějž byla tato dráha uražena!

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)			
Doba výroby 1 výrobku (h)			
Výkon (výrobků/h)			

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)	1	1	2
Doba výroby 1 výrobku (h)			
Výkon (výrobků/h)			

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)	1	1	2
Doba výroby 1 výrobku (h)	3/60	1,5/60	---
Výkon (výrobků/h)			

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)	1	1	2
Doba výroby 1 výrobku (h)	3/60	1,5/60	---
Výkon (výrobků/h)	20	40	?

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)	1	1	2
Doba výroby 1 výrobku (h)	3/60	1,5/60	---
Výkon (výrobků/h)	20	40	60

Průměrování časů potřebných k provedení jistého úkonu



V dílně jsou provozovány dva stroje. Vylisování výrobku na starším stroji zabere 3 minuty, zatímco na novějším stroji pouze 1,5 minuty. Jak dlouho trvá v průměru vylisování jednoho výrobku?

Řešení:

	starší stroj	novější stroj	dohromady
Doba práce stroje (h)	1	1	2
Doba výroby 1 výrobku (h)	3/60	1,5/60	---
Výkon (výrobků/h)	20	40	60

Celkový výkon: 60 výrobků za 2 h práce (1 h na starším stroji a 1 h na novějším stroji)

Průměrný výkon strojů: 30 výrobků za hodinu

Průměrná doba výroby 1 výrobku: 60 minut/30 = **2 minuty**

$$\bar{t} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{1,5}}{2}} = 2 \text{ minuty}$$

harmonický průměr

Vliv odlehlých pozorování na průměr



V malé vesnici někde v Americe žije 6 lidí, jejichž roční plat je uveden níže.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

$$(\bar{x}_A = \$31\,833, \bar{x}_G \cong \$31\,426, \bar{x}_H \cong \$31\,018)$$

Do vesnice se přistěhoval Bill Gates, jehož roční příjem je \$40 000 000.

\$25 000 \$27 000 \$29 000

\$35 000 \$37 000 \$38 000 \$40 000 000

Určete průměrný plat obyvatel této vesnice.

$$(\bar{x}_A = \$5\,741\,571, \bar{x}_G \cong \$87\,263, \bar{x}_H \cong \$36\,183)$$

Obsahují-li data odlehlá pozorování, rozdíly mezi průměry mohou být „značné“!



- **Míry polohy**
 - **Medián *Med*** (50% kvantil – 50 % hodnot je menších nebo rovných mediánů)
 - **Dolní kvartil *Q1*** (25% kvantil – 25 % hodnot je menších nebo rovných dolnímu kvartilu)
 - **Horní kvartil *Q3*** (75% kvantil – 75 % hodnot je menších nebo rovných hornímu kvartilu)

- **100p% kvantil** – 100p % hodnot je menších nebo rovných 100p% kvantilu

Speciální typy kvantilů:

- Kvartily
- Decily
- Percentily

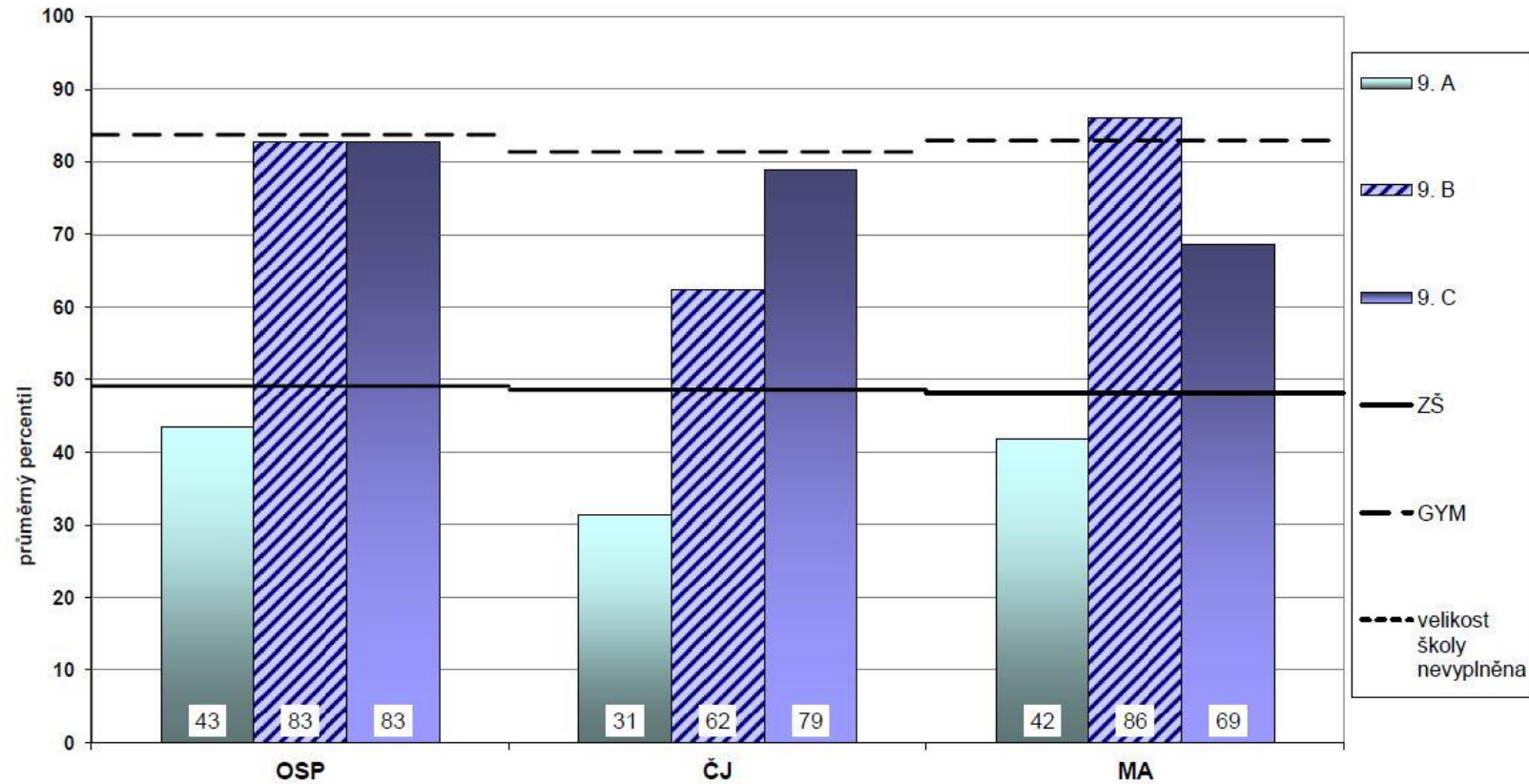


EHMO

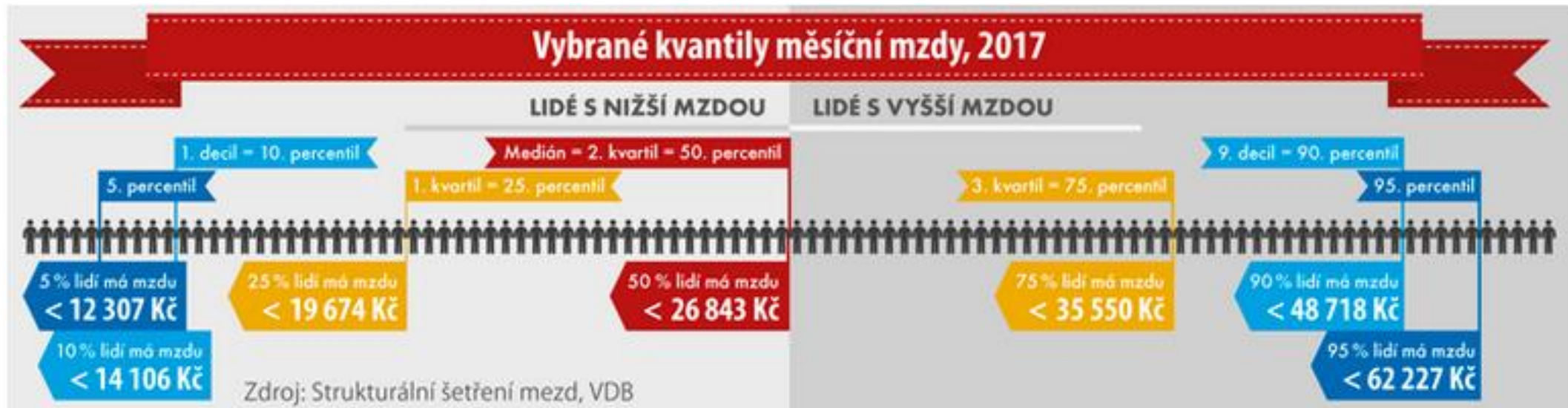
NÁRODNÍ TESTOVÁNÍ 2016/17



průměrný celkový percentil po jednotlivých třídách – 9. ročníky

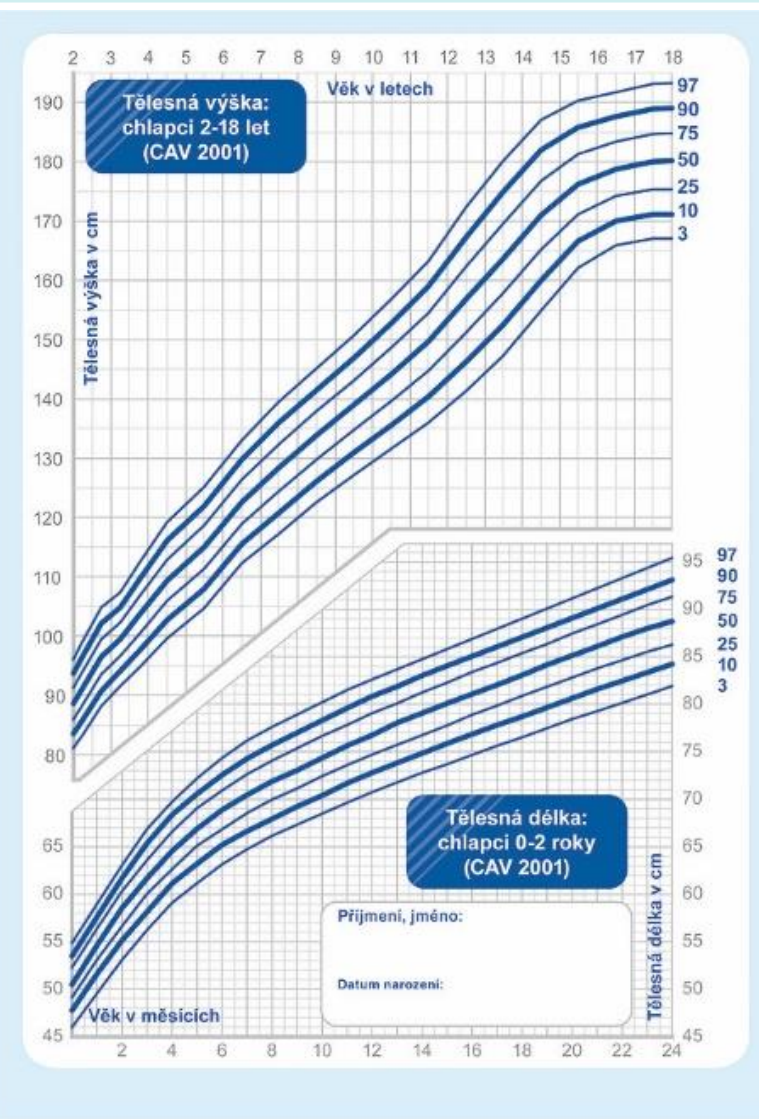
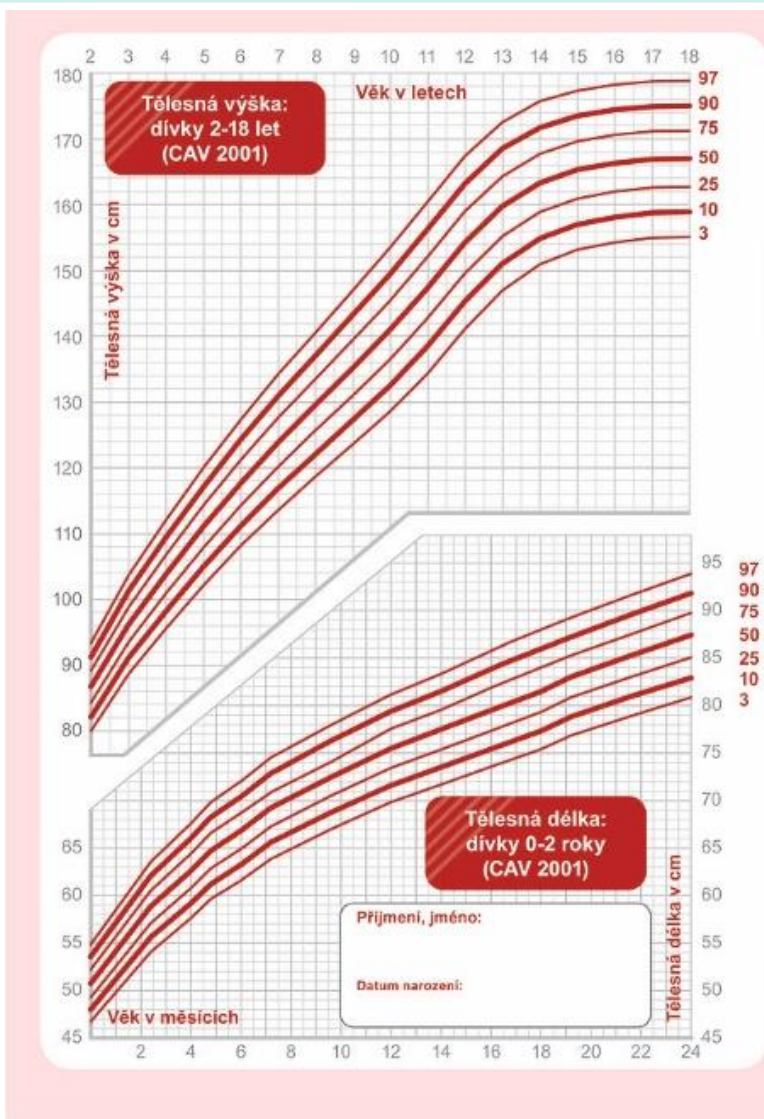


Graf znázorňuje průměrné celkové percentily všech tříd 9. ročníku vaší školy. Zároveň je zde pro porovnání vyznačen průměrný percentil všech žáků 9. ročníku ZŠ a odpovídajícího ročníku víceletých gymnázií.



Zdroj: <http://www.statistikaamy.cz/2018/09/kvantily-kvartily-decily-percentily/>

Kvantily v praxi





$$B > \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$



Děkuji za pozornost!

martina.litschmannova@vsb.cz



VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

FAKULTA
ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

KATEDRA
APLIKOVANÉ
MATEMATIKY



- a) Auto jelo 1 hodinu v koloně rychlostí 40 km/h, pak jelo 1 hodinu rychlostí 160 km/h. Jaká byla jeho průměrná rychlost za celou dobu jízdy?

- b) Auto jelo jedním směrem v koloně rychlostí 40 km/h, zpáteční cestu pak jelo rychlostí 160 km/h. Jaká byla jeho průměrná rychlost za celou dobu jízdy (tam a zpět)?

Určete výsledek a typ průměru, který jste pro výpočet použili.