

Numerické metody pro výuku fyziky na středních školách

Oldřich Vlach

IT4Innovations, KAM VŠB-TU Ostrava

ŠKOMAM 2022, 9:55, 2.2.2022 FEI VŠB-TU Ostrava

IT4Innovations
national
supercomputing
center



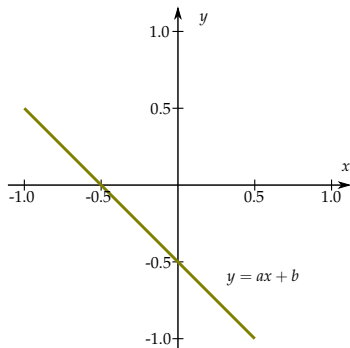
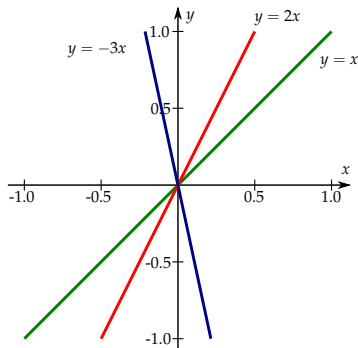
Katedra
aplikované
matematiky

Obsah

- 1 Co se (mimo jiné) učí žáci 7 třídy (nebo primy)
 - ... v matematice
 - ... ve fyzice
- 2 Co ještě neumí (ale rychle by pochopili)
 - ... z matematiky
 - ... z fyziky
- 3 Jak to lze ve výuce použít?
 - Výpočty sluneční soustavy
 - Středověká balistika

Přímá úměra

Trojčlenka: $y = a \cdot x$.

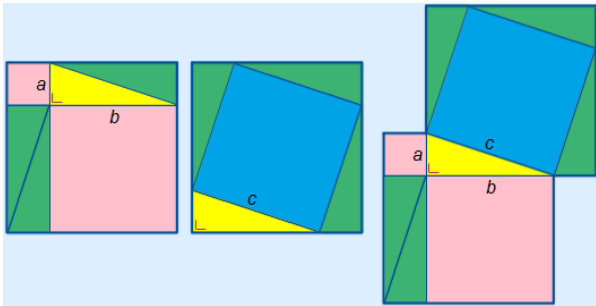


Umí počítat s přímkami neprocházející nulou:

$$y = a \cdot x + b, \quad y(?) = k$$

Pythagorova věta

$$c^2 = a^2 + b^2.$$



Rovnoměrný přímočarý pohyb, Skládání sil

Rovnoměrný přímočarý pohyb

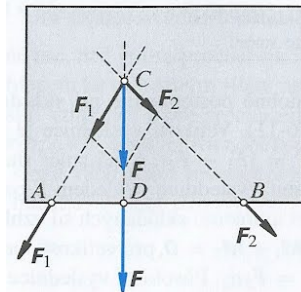
$$s = v_0 + v \cdot t$$

Úlohy typu: „Petr

Beremlijski uběhne 10 km za 44 minut a 37 sekund. Za jak dlouho by Petr uběhl z Ostravy do Prahy? Za jak dlouho by zvládl totéž, kdyby podváděl a jel ze Svinova do Olomouce pendolinem?“

Skládání sil

Výsledná síla působící na těleso je složením (součtem) všech sil, které na těleso působí



Newtonovy zákony

- 1 Jestliže na těleso nepůsobí žádné vnější síly nebo výslednice sil je nulová, pak těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu.
- 2 Jestliže na těleso působí síla, pak se těleso pohybuje se zrychlením, které je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa:
$$F = m \cdot a$$
- 3 Proti každé akci vždy působí stejná reakce; jinak: vzájemná působení dvou těles jsou vždy stejně velká a míří na opačné strany.



Tíhová síla, Tření

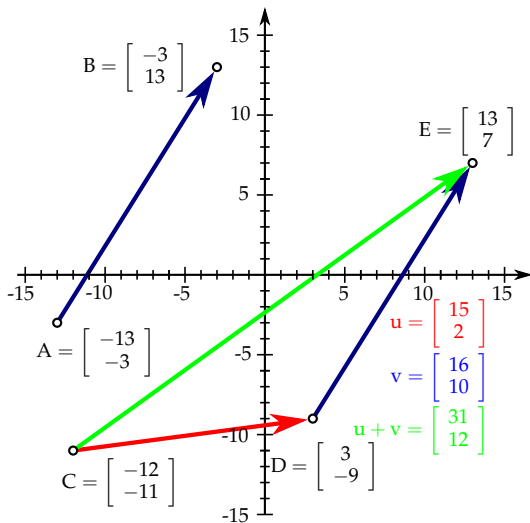
Tíhová síla je síla, která působí na tělesa na povrchu Země. Je výslednicí gravitační síly Země a odstředivé síly vzniklé otáčením Země kolem své osy.

$$F_G = m \cdot g$$

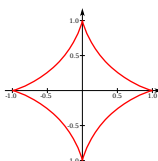
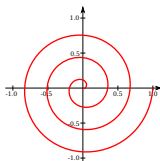
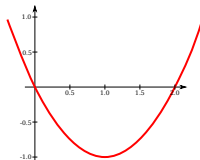
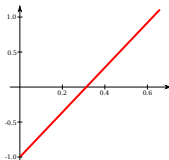
Jako **tření** označujeme vznik tečné síly ve styčné ploše mezi dvěma tělesy.



Skládání vektorů



Parametrizovaná křivka + přímka



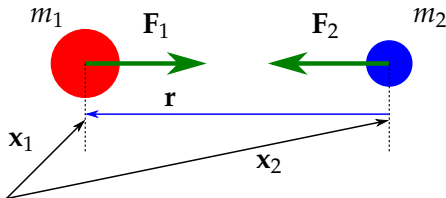
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \left\{ \begin{bmatrix} 1 + t \\ 2 + 3t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 + t \\ 2 + t^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{t}{6\pi} \cos(t) \\ \frac{t}{6\pi} \sin(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos^3(t) \\ \sin^3(t) \end{bmatrix} \right\}$$

Newtonův gravitační zákon

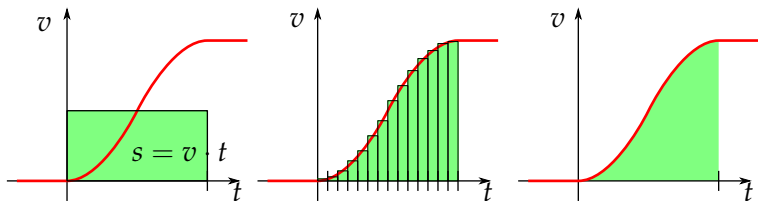
Newtonův gravitační zákon

Každá dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 , která můžeme dostatečně přesně aproximovat body, nebo jsou sféricky symetrická na sebe působí gravitační silou přímo úměrnou hmotnostem těles a nepřímo úměrnou čtverci jejich vzdálenosti

$$\mathbf{F}_1 = -G \frac{m_1 m_2}{\|\mathbf{r}\|^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2.$$

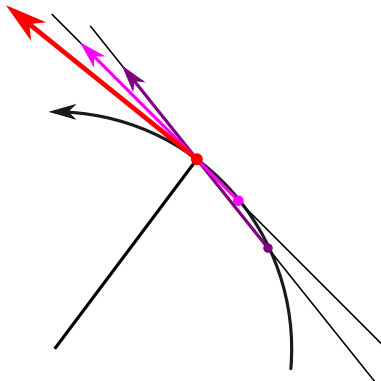


Průměrná rychlost



- Průměrná rychlost na úseku je plocha pod křivkou vydělná délkou úseku
- Dráha na úseku je plocha pod křivkou na úseku

Okamžitá rychlost



- Okamžitá rychlost na je limita „sečné rychlosti“

Planety

E_2/E_1	hmotnost [kg]	x_0 [m] (Perihel)	v_0 [ms^{-1}]	T [rok]
Slunce	1.9885 e30	0	0	0
Merkur	3.302 e23	0.46001272e11	58.98 e3	87.96935
Venuše	4.8685 e24	1.07476002e11	35.259e3	224.70096
Země	5.97237e24	1.47098074e11	30.287e3	365.25696
Mars	6.4185 e23	2.06644545e11	26.499e3	686.9601
Jupiter	1.899 e27	7.40742598e11	13.705e3	4332.59
Saturn	5.6846 e26	13.49467375e11	11.82 e3	10757.7365
Uran	8.6832 e25	27.35555035e11	7.128e3	30708.16
Neptun	1.0243 e26	44.52940833e11	5.479e3	60190.0

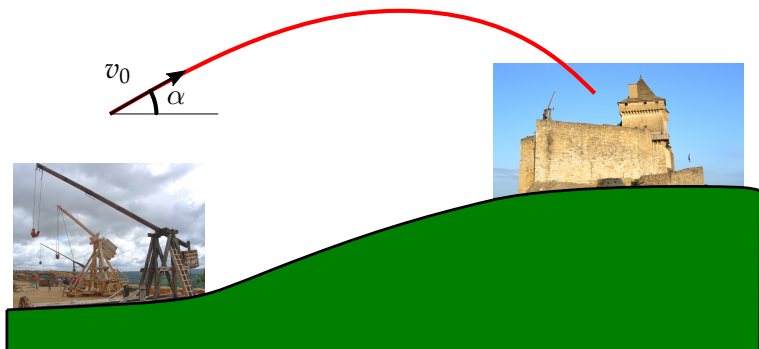
Planety - kinematika

- Stavová veličina $\mathbf{Y}_{\#}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{\#}(t)$,
 $\# \in \mathcal{P} = \{\text{Slunce, Merkur, } \dots, \text{Neptun}\}$
- Řešíme $\mathbf{Y}'_{\#}(t) = \mathbf{F}(t, \mathbf{Y}_{\mathcal{P}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix}_{\#}(t)$, kde
 $\mathbf{a}_{\#}(t) = \sum_{i \in \mathcal{P} \setminus \#} -G \frac{m_i}{\|\mathbf{x}_{\#} - \mathbf{x}_i\|^3} (\mathbf{x}_{\#} - \mathbf{x}_i)$, tedy pro zř

$$\mathbf{Y}_{\#}(t + \Delta t) = \mathbf{Y}_{\#}(t) + \Delta t \left[\sum_{i \in \mathcal{P} \setminus \#} -G \frac{m_i}{\|\mathbf{x}_{\#} - \mathbf{x}_i\|^3} (\mathbf{x}_{\#} - \mathbf{x}_i) \right]_{\#}$$

Hody, vrhy

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} (t) = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} t - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} t^2$$



Odpor prostředí

Newtonův zákon odporu

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2$$

- C_x ... činitel odporu, zohledňuje tvar a kvalitu povrchu tělesa, stanovuje se experimentálně
- S ... plocha příčného průřezu tělesa
- ρ ... hustota tekutiny

