Jak pokračuje posloupnost?

Jan Šustek

Ústav pro výzkum a aplikace fuzzy modelování, Ostravská univerzita

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ $a_n = p_n = n$-té prvočíslo

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ \ldots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3,\ 5,\ 17,\ 257,\ 65\,537,$ ____________, ____________________

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17\ ,\ 19\ ,\ 23\ ,\ \ldots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3,\ 5,\ 17,\ 257,\ 65\,537,\ 4\,294\,967\,297,\ 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 , 19 , 23 , ... $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n =$ 3, 5, 17, 257, 65 537, 4 294 967 297, 18 446 744 073 709 551 617, ...

  $$b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ \ldots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3,\ 5,\ 17,\ 257,\ 65\,537,\ 4\,294\,967\,297,\ 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617,\ \ldots$

  $$b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$$
- $c_n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ \_\_\_,\ \_\_\_,\ \_\_\_$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17\ ,\ 19\ ,\ 23\ ,\ \ldots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3,\ 5,\ 17,\ 257,\ 65\,537,\ 4\,294\,967\,297,\ 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617,\ \ldots$
  $$b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$$
- $c_n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 2025,\ \ 4\ \ ,\ 15$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 , 19 , 23 , ... $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n =$ 3, 5, 17, 257, 65 537, 4 294 967 297, 18 446 744 073 709 551 617, ...

  $$b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$$
- $c_n =$ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4 , 15 , ...

  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ $a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537, 4\,294\,967\,297, 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617, \ldots$
  $b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4, 15, \ldots$
  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n = \underline{\qquad}$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ $a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537, 4\,294\,967\,297, 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617, \ldots$
  $b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4, 15, \ldots$
  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n = 76$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537, 4\,294\,967\,297, 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617, \dots$

  $b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4, 15, \dots$

  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n = 76, \dots$ $\qquad$ moje účasti na OSMA

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13,$ 17 , 19 , 23 $, \ldots$ $a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537,$ 4 294 967 297, 18 446 744 073 709 551 617, $\ldots$
  $b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6,$ 2025, 4 , 15 $, \ldots$
  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n =$ 76 $, \ldots$ moje účasti na OSMA
- Úlohy tohoto typu se vyskytují v testech inteligence.

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ $\qquad a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537, 4\,294\,967\,297, 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617, \ldots$
  $$b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4, 15, \ldots$
  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n = 76, \ldots$ $\qquad$ moje účasti na OSMA
- Úlohy tohoto typu se vyskytují v testech inteligence. Testuje se shoda s uvažováním autora.

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots$ $a_n = p_n = n$-té prvočíslo
- $b_n = 3, 5, 17, 257, 65\,537, 4\,294\,967\,297, 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617, \dots$
  $b_n = F_n = 2^{2^n} + 1$
- $c_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2025, 4, 15, \dots$
  například hodnoty Lagrangeova interpolačního polynomu
- $d_n = 76, \dots$ moje účasti na OSMA
- Úlohy tohoto typu se vyskytují v testech inteligence. Testuje se shoda s uvažováním autora.
- Při výzkumné činnosti zjišťujeme několik hodnot a hledáme zákonitosti.

Fermatova čísla

- Fermatova hypotéza: $\forall n \geq 0\colon F_n = 2^{2^n} + 1 \in \mathbb{P}$.

Fermatova čísla

- Fermatova hypotéza: $\forall n \geq 0\colon F_n = 2^{2^n} + 1 \in \mathbb{P}$.
- Současná hypotéza: $\forall n \geq 5\colon F_n \notin \mathbb{P}$.

Fermatova čísla

- Fermatova hypotéza: $\forall n \geq 0\colon F_n = 2^{2^n} + 1 \in \mathbb{P}$.
- Současná hypotéza: $\forall n \geq 5\colon F_n \notin \mathbb{P}$.
- Ze vztahu $\qquad (2^{2^n} - 1)(2^{2^n} + 1) = 2^{2^{n+1}} - 1 \qquad$ dostáváme

$$\overbrace{\underbrace{(2^{2^0} - 1)}_{1}\underbrace{(2^{2^0} + 1)}_{F_0}}^{2^{2^1} - 1}\underbrace{(2^{2^1} + 1)}_{F_1}\underbrace{(2^{2^2} + 1)}_{F_2}\cdots\underbrace{(2^{2^n} + 1)}_{F_n} = \underbrace{2^{2^{n+1}} - 1}_{F_{n+1} - 2}$$

Fermatova čísla

- Fermatova hypotéza: $\forall n \geq 0\colon F_n = 2^{2^n} + 1 \in \mathbb{P}$.
- Současná hypotéza: $\forall n \geq 5\colon F_n \notin \mathbb{P}$.
- Ze vztahu $\qquad (2^{2^n} - 1)(2^{2^n} + 1) = 2^{2^{n+1}} - 1 \qquad$ dostáváme

$$\overbrace{\underbrace{(2^{2^0} - 1)}_{1}\underbrace{(2^{2^0} + 1)}_{F_0}}^{2^{2^1} - 1}\underbrace{(2^{2^1} + 1)}_{F_1}\underbrace{(2^{2^2} + 1)}_{F_2}\cdots\underbrace{(2^{2^n} + 1)}_{F_n} = \underbrace{2^{2^{n+1}} - 1}_{F_{n+1} - 2}$$

- Pro $a < b$ předpokládejme, že $\gcd(F_a, F_b) = d \geq 2$. Potom $d \geq 3$ a

$$d \mid F_b \quad \wedge \quad d \mid F_a \mid F_b - 2 \quad \Rightarrow \quad d \mid 2 \quad \Rightarrow \quad d \leq 2 \quad \text{spor}$$

Fermatova čísla

- Fermatova hypotéza: $\forall n \geq 0\colon F_n = 2^{2^n} + 1 \in \mathbb{P}$.
- Současná hypotéza: $\forall n \geq 5\colon F_n \notin \mathbb{P}$.
- Ze vztahu $\qquad (2^{2^n} - 1)(2^{2^n} + 1) = 2^{2^{n+1}} - 1 \qquad$ dostáváme

$$\overbrace{\underbrace{(2^{2^0} - 1)}_{1}\underbrace{(2^{2^0} + 1)}_{F_0}}^{2^{2^1} - 1}\underbrace{(2^{2^1} + 1)}_{F_1}\underbrace{(2^{2^2} + 1)}_{F_2}\dots\underbrace{(2^{2^n} + 1)}_{F_n} = \underbrace{2^{2^{n+1}} - 1}_{F_{n+1} - 2}$$

- Pro $a < b$ předpokládejme, že $\gcd(F_a, F_b) = d \geq 2$. Potom $d \geq 3$ a

$$d \mid F_b \quad \wedge \quad d \mid F_a \mid F_b - 2 \quad \Rightarrow \quad d \mid 2 \quad \Rightarrow \quad d \leq 2 \quad \text{spor}$$

Odtud $\gcd(F_a, F_b) = 1$. Protože $\forall n\, \exists m\colon p_m \mid F_n$, musí být $\#\mathbb{P} = \infty$.

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1,\ 4,\ 1,\ 5,\ 9,\ 2,\ \underline{\quad\quad},\ \underline{\quad\quad},\ \underline{\quad\quad}$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 4, 1, 5, 9, 2,\ 6\ ,\ 5\ ,\ 3$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 4, 1, 5, 9, 2, \ 6 \ , \ 5 \ , \ 3 \ , \ldots$ $\qquad a_n = \dfrac{\lfloor 10^n \pi \rfloor}{10^n} \bmod 10$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6 , 5 , 3 , ... $\qquad a_n = \dfrac{\lfloor 10^n \pi \rfloor}{10^n} \bmod 10$
- $0 \leq a_n \leq 9$ pro všechna n
- $0 \leq a_n \leq 8$ pro nekonečně mnoho n
- a_n není periodická ani s předperiodou

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3, 2, 3, 8, 4, 6, 2, 6, 4, 3, 3, 8, 3, 2, 7, 9, 5, 0, 2, 8, 8, 4,$
$1, 9, 7, 1, 6, 9, 3, 9, 9, 3, 7, 5, 1, 0, 5, 8, 2, 0, 9, 7, 4, 9, 4, 4, 5, 9, 2, 3, 0, 7, 8, 1, 6, 4, 0, 6, 2, 8,$
$6, 2, 0, 8, 9, 9, 8, 6, 2, 8, 0, 3, 4, 8, 2, 5, 3, 4, 2, 1, 1, 7, 0, 6, 7, 9, 8, 2, 1, 4, 8, 0, 8, 6, 5, 1, 3, 2,$
$8, 2, 3, 0, 6, 6, 4, 7, 0, 9, 3, 8, 4, 4, 6, 0, 9, 5, 5, 0, 5, 8, 2, 2, 3, 1, 7, 2, 5, 3, 5, 9, 4, 0, 8, 1, 2, 8,$
$4, 8, 1, 1, 1, 7, 4, 5, 0, 2, 8, 4, 1, 0, 2, 7, 0, 1, 9, 3, 8, 5, 2, 1, 1, 0, 5, 5, 5, 9, 6, 4, 4, 6, 2, 2, 9, 4,$
$8, 9, 5, 4, 9, 3, 0, 3, 8, 1, 9, 6, 4, 4, 2, 8, 8, 1, 0, 9, 7, 5, 6, 6, 5, 9, 3, 3, 4, 4, 6, 1, 2, 8, 4, 7, 5, 6,$
$4, 8, 2, 3, 3, 7, 8, 6, 7, 8, 3, 1, 6, 5, 2, 7, 1, 2, 0, 1, 9, 0, 9, 1, 4, 5, 6, 4, 8, 5, 6, 6, 9, 2, 3, 4, 6, 0,$
$3, 4, 8, 6, 1, 0, 4, 5, 4, 3, 2, 6, 6, 4, 8, 2, 1, 3, 3, 9, 3, 6, 0, 7, 2, 6, 0, 2, 4, 9, 1, 4, 1, 2, 7, 3, 7, 2,$
$4, 5, 8, 7, 0, 0, 6, 6, 0, 6, 3, 1, 5, 5, 8, 8, 1, 7, 4, 8, 8, 1, 5, 2, 0, 9, 2, 0, 9, 6, 2, 8, 2, 9, 2, 5, 4, 0,$
$9, 1, 7, 1, 5, 3, 6, 4, 3, 6, 7, 8, 9, 2, 5, 9, 0, 3, 6, 0, 0, 1, 1, 3, 3, 0, 5, 3, 0, 5, 4, 8, 8, 2, 0, 4, 6, 6, 5,$
$2, 1, 3, 8, 4, 1, 4, 6, 9, 5, 1, 9, 4, 1, 5, 1, 1, 6, 0, 9, 4, 3, 3, 0, 5, 7, 2, 7, 0, 3, 6, 5, 7, 5, 9, 5, 9, 1, 9,$
$5, 3, 0, 9, 2, 1, 8, 6, 1, 1, 7, 3, 8, 1, 9, 3, 2, 6, 1, 1, 7, 9, 3, 1, 0, 5, 1, 1, 8, 5, 4, 8, 0, 7, 4, 4, 6, 2, 3,$
$7, 9, 9, 6, 2, 7, 4, 9, 5, 6, 7, 3, 5, 1, 8, 8, 5, 7, 5, 2, 7, 2, 4, 8, 9, 1, 2, 2, 7, 9, 3, 8, 1, 8, 3, 0, 1, 1, 9,$
$4, 9, 1, 2, 9, 8, 3, 3, 6, 7, 3, 3, 6, 2, 4, 4, 0, 6, 5, 6, 6, 4, 3, 0, 8, 6, 0, 2, 1, 3, 9, 4, 9, 4, 6, 3, 9, 5, 2,$
$2, 4, 7, 3, 7, 1, 9, 0, 7, 0, 2, 1, 7, 9, 8, 6, 0, 9, 4, 3, 7, 0, 2, 7, 7, 0, 5, 3, 9, 2, 1, 7, 1, 7, 6, 2, 9, 3, 1,$
$7, 6, 7, 5, 2, 3, 8, 4, 6, 7, 4, 8, 1, 8, 4, 6, 7, 6, 6, 9, 4, 0, 5, 1, 3, 2, 0, 0, 0, 5, 6, 8, 1, 2, 7, 1, 4, 5, 2,$
$6, 3, 5, 6, 0, 8, 2, 7, 7, 8, 5, 7, 7, 1, 3, 4, 2, 7, 5, 7, 7, 8, 9, 6, 0, 9, 1, 7, 3, 6, 3, 7, 1, 7, 8, 7, 2, 1, 4,$
$6, 8, 4, 4, 0, 9, 0, 1, 2, 2, 4, 9, 5, 3, 4, 3, 0, 1, 4, 6, 5, 4, 9, 5, 8, 5, 3, 7, 1, 0, 5, 0, 7, 9, 2, 2, 7, 9, 6,$
$8, 9, 2, 5, 8, 9, 2, 3, 5, 4, 2, 0, 1, 9, 9, 5, 6, 1, 1, 2, 1, 2, 9, 0, 2, 1, 9, 6, 0, 8, 6, 4, 0, 3, 4, 4, 1, 8, 1,$
$5, 9, 8, 1, 3, 6, 2, 9, 7, 7, 4, 7, 7, 1, 3, 0, 9, 9, 6, 0, 5, 1, 8, 7, 0, 7, 2, 1, 1, 3, 4, \color{green}{9, 9, 9, 9, 9, 9}, \ldots$

Výskyty bloků cifer v rozvoji π

- Výskyty bloku 999999 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	973.
pozice	762	193 034	1 722 776	1 722 777	1 985 813	...	999 310 299

Výskyty bloků cifer v rozvoji π

- Výskyty bloku 999999 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	973.
pozice	762	193 034	1 722 776	1 722 777	1 985 813	...	999 310 299

- Výskyty bloku 141592 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	1 010.
pozice	1	821 582	1 299 505	1 457 055	4 319 139	...	999 733 888

Výskyty bloků cifer v rozvoji π

- Výskyty bloku 999999 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	973.
pozice	762	193 034	1 722 776	1 722 777	1 985 813	...	999 310 299

- Výskyty bloku 141592 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	1 010.
pozice	1	821 582	1 299 505	1 457 055	4 319 139	...	999 733 888

- Počty výskytů bloků mezi prvními 10^9 ciframi

blok	813824	878606	...	141592	...	999999	...	851450	161759
počet	1 171	1 153	...	1 010	...	973	...	853	850

Výskyty bloků cifer v rozvoji π

- Výskyty bloku 999999 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	973.
pozice	762	193 034	1 722 776	1 722 777	1 985 813	...	999 310 299

- Výskyty bloku 141592 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	...	1 010.
pozice	1	821 582	1 299 505	1 457 055	4 319 139	...	999 733 888

- Výskyty bloku 20250415 mezi prvními 10^9 ciframi

pořadí	1.	2.	3.	4.	...	8.
pozice	256 460 565	338 389 163	435 689 353	655 327 041	...	925 680 409

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{10^n} \in [0,1)$ je normální v bázi 10, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \dots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{10^L}$,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\#\{m \le n \mid c_m = d_1, \dots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{10^L}$$

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{B^n} \in [0, 1)$ je normální v bázi B, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \dots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{B^L}$,

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\#\{m \leq n \mid c_m = d_1, \dots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{B^L}$$

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{B^n} \in [0,1)$ je normální v bázi B, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \dots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{B^L}$,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\#\{m \le n \mid c_m = d_1, \dots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{B^L}$$

- Číslo $x \in [0,1)$ je absolutně normální, jestliže je normální v bázi B pro každé $B \ge 2$.

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{B^n} \in [0,1)$ je normální v bázi B, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \ldots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{B^L}$,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\#\{m \leq n \mid c_m = d_1, \ldots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{B^L}$$

- Číslo $x \in [0,1)$ je absolutně normální, jestliže je normální v bázi B pro každé $B \geq 2$.

- [1909 Borel] Skoro každé číslo je absolutně normální.

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{B^n} \in [0,1)$ je normální v bázi B, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \dots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{B^L}$,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\#\{m \le n \mid c_m = d_1, \dots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{B^L}$$

- Číslo $x \in [0,1)$ je absolutně normální, jestliže je normální v bázi B pro každé $B \ge 2$.
- [1909 Borel] Skoro každé číslo je absolutně normální.
- S pravděpodobností 1 je číslo π absolutně normální.

Normální čísla

- Číslo $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{B^n} \in [0,1)$ je normální v bázi B, jestliže pro každé L pro každý blok $d_1 \dots d_L$ je asymptotická hustota množiny jeho pozic rovna $\frac{1}{B^L}$,
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\#\{m \leq n \mid c_m = d_1, \dots, c_{m+L-1} = d_L\}}{n} = \frac{1}{B^L}$$
- Číslo $x \in [0,1)$ je absolutně normální, jestliže je normální v bázi B pro každé $B \geq 2$.
- [1909 Borel] Skoro každé číslo je absolutně normální.
- S pravděpodobností 1 pro náhodně vybrané reálné číslo platí, že nelze popsat konečným počtem slov.

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \; 1 \; , \; 1 \; , \; 1$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 , 1 , 1

$$a_n = \gcd\big(n^5 + 2, (n+1)^5 + 2\big)$$

- $n^5 + 2 =$ 3, 34, 245, 1 026, 3 127, 7 778, 16 809, 32 770, 59 051, 100 002, ...

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ 1 \ , \ 1 \ , \ 1 \ , 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,$
$1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots$

$$a_n = \gcd\big(n^5 + 2, (n+1)^5 + 2\big)$$

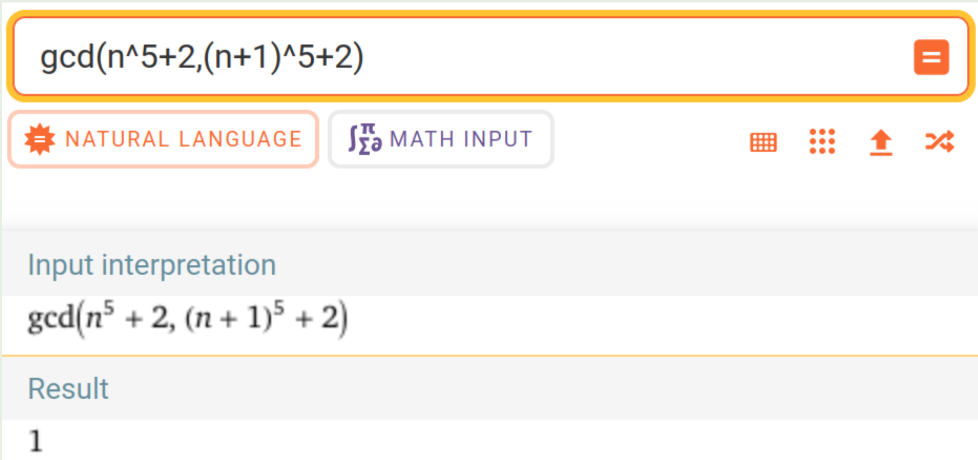
- $n^5 + 2 = 3,\ 34,\ 245,\ 1\,026,\ 3\,127,\ 7\,778,\ 16\,809,\ 32\,770,\ 59\,051,\ 100\,002,\ \ldots$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ 1 \ , \ 1 \ , \ 1 \ , 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots$

$$a_n = \gcd\bigl(n^5 + 2, (n+1)^5 + 2\bigr)$$

- $n^5 + 2 = 3,\ 34,\ 245,\ 1\,026,\ 3\,127,\ 7\,778,\ 16\,809,\ 32\,770,\ 59\,051,\ 100\,002,\ \dots$



Důkaz

- Euklidův algoritmus

$$
\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
(n^5+2) &= (\tfrac{1}{5}n-\tfrac{2}{5})(5n^4+\ldots+1) + (2n^3+3n^2+\tfrac{9}{5}n+\tfrac{12}{5})\\
(5n^4+\ldots+1) &= (\tfrac{5}{2}n+\tfrac{5}{4})(2n^3+\ldots+\tfrac{12}{5}) + (\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2)\\
(2n^3+\ldots+\tfrac{12}{5}) &= (\tfrac{8}{7}n+\tfrac{188}{49})(\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2) + (\tfrac{4056}{245}n+\tfrac{2468}{245})\\
(\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2) &= (\tfrac{1715}{16224}n-\tfrac{4287745}{16451136})(\tfrac{4056}{245}n+\tfrac{2468}{245}) + \tfrac{2572549}{4112784}
\end{aligned}
$$

Důkaz?

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Q}[n]$

$$
\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
(n^5+2) &= (\tfrac{1}{5}n-\tfrac{2}{5})(5n^4+\ldots+1) + (2n^3+3n^2+\tfrac{9}{5}n+\tfrac{12}{5})\\
(5n^4+\ldots+1) &= (\tfrac{5}{2}n+\tfrac{5}{4})(2n^3+\ldots+\tfrac{12}{5}) + (\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2)\\
(2n^3+\ldots+\tfrac{12}{5}) &= (\tfrac{8}{7}n+\tfrac{188}{49})(\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2) + (\tfrac{4056}{245}n+\tfrac{2468}{245})\\
(\tfrac{7}{4}n^2-\tfrac{13}{4}n-2) &= (\tfrac{1715}{16224}n-\tfrac{4287745}{16451136})(\tfrac{4056}{245}n+\tfrac{2468}{245}) + \tfrac{2572549}{4112784}
\end{aligned}
$$

- Jedná se o dělitelnost v $\mathbb{Q}[n]$, ne dělitelnost v $\mathbb{Z}$.
- V $\mathbb{Q}[n]$ skutečně platí $\gcd\big(n^3+2,(n+1)^3+2\big)=1$.

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

Protipříklad

$$\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}$$

Protipříklad

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}10290196 &= (993720n^4-604660n^3+12740n^2-667380n+1715196)((n+1)^5+2)\\ &\quad + (-993720n^4-4363940n^3-6926640n^2-3286920n+2572304)(n^5+2)\end{aligned}$$

Protipříklad

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}10290196 = {}&(993720n^4-604660n^3+12740n^2-667380n+1715196)((n+1)^5+2)\\ &+(-993720n^4-4363940n^3-6926640n^2-3286920n+2572304)(n^5+2)\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}52501 = {}&(5070n^4-3085n^3+65n^2-3405n+8751)((n+1)^5+2)\\ &+(-5070n^4-22265n^3-35340n^2-16770n+13124)(n^5+2)\end{aligned}$$

Protipříklad

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}10290196 = {} & (993720n^4-604660n^3+12740n^2-667380n+1715196)((n+1)^5+2)\\ & + (-993720n^4-4363940n^3-6926640n^2-3286920n+2572304)(n^5+2)\end{aligned}$$

- Rezultant $$\begin{aligned}52501 = {} & (5070n^4-3085n^3+65n^2-3405n+8751)((n+1)^5+2)\\ & + (-5070n^4-22265n^3-35340n^2-16770n+13124)(n^5+2)\end{aligned}$$

Protipříklad

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}$$

- $10290196 = (993720n^4 - 604660n^3 + 12740n^2 - 667380n + 1715196)((n+1)^5+2)$
  $+ (-993720n^4 - 4363940n^3 - 6926640n^2 - 3286920n + 2572304)(n^5+2)$
- Rezultant $52501 = (5070n^4 - 3085n^3 + 65n^2 - 3405n + 8751)((n+1)^5+2)$
  $+ (-5070n^4 - 22265n^3 - 35340n^2 - 16770n + 13124)(n^5+2)$
- $d \mid (n^5+2) \quad \wedge \quad d \mid ((n+1)^5+2) \quad \Rightarrow \quad d \mid 52501 \in \mathbb{P}$

Protipříklad

- Euklidův algoritmus v $\mathbb{Z}$

$$
\begin{aligned}
((n+1)^5+2) &= (1)(n^5+2) + (5n^4+10n^3+10n^2+5n+1)\\
5(n^5+2) &= (n-2)(5n^4+\ldots+1) + (10n^3+15n^2+9n+12)\\
4(5n^4+\ldots+1) &= (2n+1)(10n^3+\ldots+12) + (7n^2-13n-8)\\
49(10n^3+\ldots+12) &= (70n+235)(7n^2-13n-8) + (4056n+2468)\\
4112784(7n^2-13n-8) &= (7098n-17501)(4056n+2468) + 10290196
\end{aligned}
$$

- $10290196 = (993720n^4 - 604660n^3 + 12740n^2 - 667380n + 1715196)((n+1)^5+2)$
  $+ (-993720n^4 - 4363940n^3 - 6926640n^2 - 3286920n + 2572304)(n^5+2)$

- Rezultant $52501 = (5070n^4 - 3085n^3 + 65n^2 - 3405n + 8751)((n+1)^5+2)$
  $+ (-5070n^4 - 22265n^3 - 35340n^2 - 16770n + 13124)(n^5+2)$

- $d \mid (n^5+2) \quad \wedge \quad d \mid ((n+1)^5+2) \quad \Rightarrow \quad d \mid 52501 \in \mathbb{P}$

- $\gcd\big(n^5+2, (n+1)^5+2\big) = 52501 \quad \Rightarrow$

$$
\begin{aligned}
4056n+2468 &= (140n^3+960n^2+2184n+1792)(n^5+2)\\
&\quad +(-140n^3-260n^2+516n-372)((n+1)^5+2) \equiv 0 \pmod{52501}\\
&\Rightarrow \quad n \equiv 40333 \pmod{52501}
\end{aligned}
$$

Podobný příklad

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots$

Podobný příklad

- $a_n =$ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, $\ldots$

$$a_n = \gcd\Big(n^{17} + 9, (n+1)^{17} + 9\Big)$$

- $n^{17} + 9 =$ 10, 131081, 129140172, 17179869193, 762939453134, 16926659444745, 232630513987216, 2251799813685257, 16677181699666578, 100000000000000009, $\ldots$

Podobný příklad

- $a_n = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots$

$$a_n = \gcd\big(n^{17} + 9, (n+1)^{17} + 9\big)$$

- $n^{17} + 9 =$ 10, 131081, 129140172, 17179869193, 762939453134, 16926659444745, 232630513987216, 2251799813685257, 16677181699666578, 100000000000000009, ...

- $a_n > 1 \quad \Rightarrow \quad n = ?$

Podobný příklad

- $a_n =$ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, $\ldots$

$$a_n = \gcd\bigl(n^{17}+9, (n+1)^{17}+9\bigr)$$

- $n^{17}+9 =$ 10, 131081, 129140172, 17179869193, 762939453134, 16926659444745, 232630513987216, 2251799813685257, 16677181699666578, 100000000000000009, $\ldots$

- $a_n > 1 \quad \Leftrightarrow$

$$n \equiv 8424432925592889329288197322308900672459420460792433 \pmod{8936582237915716659950962253358945635793453256935559}$$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23,$ 25 , 28 , 31

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25 , 28 , 31 , 34, 37, 40, 43, 46, 49, ___, ___, ___

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25 , 28 , 31 ,
  34, 37, 40, 43, 46, 49, 51 , 54 , 57

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25 , 28 , 31 ,
  34, 37, 40, 43, 46, 49, 51 , 54 , 57 , . . .

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, . . .

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$

- $b_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, . . .

$$b_n = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31,$
  $34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, \ldots$

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$

- $b_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31,$
  $34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, \ldots$

$$b_n = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- $a_n = b_n$ pro $n \leq 100\,000$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23,$ 25 , 28 , 31 ,
  34, 37, 40, 43, 46, 49, 51 , 54 , 57 , ...
  $$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$
- $b_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23,$ 25 , 28 , 31 ,
  34, 37, 40, 43, 46, 49, 51 , 54 , 57 , ...
  $$b_n = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$
- $a_n = b_n$ pro $n \leq 100\,000$
- $a_{156\,339} = 451\,099 \neq 451\,098 = b_{156\,339}$

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, ...

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$

- $b_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, ...

$$b_n = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- $a_n = b_n$ pro $n \leq 100\,000$
- $a_{156\,339} = 451\,099 \neq 451\,098 = b_{156\,339}$ **???**

Jak pokračuje posloupnost?

- $a_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, ...

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n} - 1} \right\rceil$$

- $b_n =$ 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 51, 54, 57, ...

$$b_n = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- $a_n = b_n$ pro $n \leq 100\,000$
- $a_{156\,339} = 451\,098 = 451\,098 = b_{156\,339}$

Důkaz

Důkaz

$$\frac{2}{2^{1/n} - 1} = \frac{2n}{\ln 2} - 1 + \frac{\ln 2}{6n} - \frac{\ln^3 2}{360\, n^3} + \dots$$

Důkaz

$$\frac{2}{2^{1/n}-1} = \frac{2n}{\ln 2} - 1 + \frac{\ln 2}{6n} - \frac{\ln^3 2}{360\, n^3} + \dots$$

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n}-1} \right\rceil = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} + \frac{\ln 2}{6n} - \frac{\ln^3 2}{360\, n^3} + \dots \right\rfloor \geq \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor = b_n$$

Důkaz?

$$\frac{2}{2^{1/n}-1} = \frac{2n}{\ln 2} - 1 + \frac{\ln 2}{6n} - \frac{\ln^3 2}{360\, n^3} + \dots$$

$$a_n = \left\lceil \frac{2}{2^{1/n}-1} \right\rceil = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} + \frac{\ln 2}{6n} - \frac{\ln^3 2}{360\, n^3} + \dots \right\rfloor \geq \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor = b_n$$

- Jestliže $a_n = k > b_n$, pak

$$\frac{2n}{\ln 2} < k < \frac{2n}{\ln 2} + \frac{\ln 2}{6n} \quad \Rightarrow \quad 0 < \frac{k}{n} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n^2}$$

a zlomek $\frac{k}{n}$ musí být konvergentou řetězového zlomku čísla $\frac{2}{\ln 2}$.

Protipříklady

- Řetězový zlomek $\dfrac{2}{\ln 2} = [c_i]_{i=0}^{\infty} = [2, 1, 7, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 2, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 1, 4, 1, 1, 27, 3, 1, 1, 1, 1, 4, 1, 3, 4, 2, 3, 2, 1, 2, 29, 1, 4, 1, 9, 1, 36, 1, 1, 10, \ldots]$

- Konvergenty $\dfrac{k_i}{n_i}$, pro které platí

$$0 < \frac{k_i}{n_i} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n_i^2} \approx \frac{1}{8{,}656\, n_i^2}$$

Protipříklady

- Řetězový zlomek $\dfrac{2}{\ln 2} = [c_i]_{i=0}^{\infty} = [2, 1, 7, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 2, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 1, 4, 1, 1, 27, 3, 1, 1, 1, 1, 4, 1, 3, 4, 2, 3, 2, 1, 2, 29, 1, 4, 1, 9, 1, 36, 1, 1, 10, \ldots]$
- Konvergenty $\dfrac{k_i}{n_i}$, pro které platí

$$0 < \frac{k_i}{n_i} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n_i^2} \approx \frac{1}{8{,}656\, n_i^2}$$

Protipříklady

- Řetězový zlomek $\dfrac{2}{\ln 2} = [c_i]_{i=0}^{\infty} = [2, 1, 7, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 2, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 1, 4, 1, 1, 27, 3, 1, 1, 1, 1, 4, 1, 3, 4, 2, 3, 2, 1, 2, 29, 1, 4, 1, 9, 1, 36, 1, 1, 10, \ldots]$
- Konvergenty $\dfrac{k_i}{n_i}$, pro které platí

$$\frac{1}{(c_{i+1}+2)n_i^2} < \frac{k_i}{n_i} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n_i^2} \approx \frac{1}{8{,}656\, n_i^2}$$

Protipříklady

- Řetězový zlomek $\frac{2}{\ln 2} = [c_i]_{i=0}^{\infty} = [2, 1, 7, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 2, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 1, 4, 1, 1, 27, 3, 1, 1, 1, 1, 4, 1, 3, 4, 2, 3, 2, 1, 2, 29, 1, 4, 1, 9, 1, 36, 1, 1, 10, \ldots]$
- Konvergenty $\frac{k_i}{n_i}$, pro které platí

$$\frac{1}{(c_{i+1}+2)n_i^2} < \frac{k_i}{n_i} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n_i^2} \approx \frac{1}{8{,}656\, n_i^2}$$

Protipříklady

- Řetězový zlomek $\dfrac{2}{\ln 2} = [c_i]_{i=0}^{\infty} = [2, 1, 7, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 2, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 1, 4, 1, 1, 27, 3, 1, 1, 1, 1, 4, 1, 3, 4, 2, 3, 2, 1, 2, 29, 1, 4, 1, 9, 1, 36, 1, 1, 10, \ldots]$
- Konvergenty $\dfrac{k_i}{n_i}$, pro které platí

$$\frac{1}{(c_{i+1}+2)n_i^2} < \frac{k_i}{n_i} - \frac{2}{\ln 2} < \frac{\frac{1}{6}\ln 2}{n_i^2} \approx \frac{1}{8{,}656\, n_i^2}$$

i	1	35	39	...
c_{i+1}	7	29	9	...
k_i	3	2 243 252 046 704 767	406 534 415 799 078 269	...
n_i	1	777 451 915 729 368	140 894 092 055 857 794	...
a_{n_i}	2	2 243 252 046 704 767	406 534 415 799 078 269	...
b_{n_i}	2	2 243 252 046 704 766	406 534 415 799 078 268	...

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

  $c_{9\,153} = 1\,927\,330$

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

$$c_{9\,153} = 1\,927\,330 \geq \frac{360}{\ln^3 2}\, n_{9\,153}^2 - 2$$

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n} - 1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

$$c_{9\,153} = 1\,927\,330 \geq \frac{360}{\ln^3 2}\, n_{9\,153}^2 - 2 > \frac{360}{\ln^3 2} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{18\,304}$$

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

$$c_{9\,153} = 1\,927\,330 \not\geq \frac{360}{\ln^3 2}\, n_{9\,153}^2 - 2 > \frac{360}{\ln^3 2}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{18\,304} \approx 10^{3\,828}$$

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

  $$c_{9\,153} = 1\,927\,330 \not\geq \frac{360}{\ln^3 2}\, n_{9\,153}^2 - 2 > \frac{360}{\ln^3 2}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{18\,304} \approx 10^{3\,828}$$

- Platí pro všechna $n \leq 10^{10^5}$.
- Může neplatit pro maximálně konečně mnoho n.

Zpřesnění

$$\left\lfloor \frac{2}{2^{1/n}-1} + 1 - \frac{\ln 2}{6n} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2n}{\ln 2} \right\rfloor$$

- Protipříklad?

  $c_{9\,153} = 1\,927\,330 \not\geq \frac{360}{\ln^3 2}\, n_{9\,153}^2 - 2 > \frac{360}{\ln^3 2}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{18\,304} \approx 10^{3\,828}$

- Platí pro všechna $n \leq 10^{10^5}$.

- Může neplatit pro maximálně konečně mnoho n. To vyplývá z faktu, že míra iracionality

$$\mu\left(\frac{2}{\ln 2}\right) = -\liminf_{q\to\infty} \min_{p\in\mathbb{Z}} \frac{\log\left|\frac{2}{\ln 2} - \frac{p}{q}\right|}{\log q} < 3{,}9 < 4$$

Děkuji za poz

Děkuji za pozvání

Děkuji za pozornost